



## ABORDAGENS MULTIOBJETIVO PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE BASES DE VEÍCULOS DE RESGATE

Thayse Ferrari

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia de Transportes.

Orientador: Glaydston Mattos Ribeiro

Rio de Janeiro  
Agosto de 2022

ABORDAGENS MULTIOBJETIVO PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE  
BASES DE VEÍCULOS DE RESGATE

Thayse Ferrari

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES.

Orientador: Prof. Glaydston Mattos Ribeiro

Aprovado por: Prof. Glaydston Mattos Ribeiro

Prof. Laura Silvia Bahiense da Silva Leite

Prof. Gisele de Lorena Diniz Chaves

Prof. Vanessa de Almeida Guimarães

Prof. Pedro Henrique González Silva

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 2022

Ferrari, Thayse

Abordagens multiobjetivo para o problema de localização de bases de veículos de resgate /Thayse Ferrari.  
– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2022.

XIII, 138 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Glaydston Mattos Ribeiro

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Transportes, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 91-113.

1. Localização de facilidades. 2. Otimização multiobjetivo. 3.  $\epsilon$ -*Constraint*. 4. NSGA-II. 5. Heurística construtiva. I. Ribeiro, Glaydston Mattos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Transportes. III. Título.

*Aos meus amados pais, Laurindo e Gorete, meus maiores  
incentivadores, por toda sua dedicação e confiança. Certamente  
não chegaria até aqui sem seu amor incondicional.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela força e sustento durante essa caminhada, por ser minha luz e sempre guiar meus caminhos.

Aos meus pais, Laurindo e Gorete, pela dedicação e amor incondicionais, por serem meus exemplos e por não medirem esforços para que eu pudesse realizar meus sonhos, ainda que para isso tivessem que abdicar de seus próprios. Meu muito obrigada nunca será o bastante. Ao meu companheiro de vida, Marcus Vinicius, um dos meus maiores incentivadores, pelo amor, companheirismo, cuidado e admiração, construídos diariamente. Seu apoio e compreensão foram essenciais nesse período. À minha irmã Talucha, pelo apoio e carinho em todos os momentos. À minha família, em especial meu afilhado Hiago, pelo carinho. Aos meus queridos amigos, pelo apoio e por tornarem mais leves os dias difíceis.

Ao meu orientador, professor Glaydston Mattos Ribeiro, por todo conhecimento transmitido e por sua paciência e disponibilidade durante todos esses anos. Aos colegas do Programa de Engenharia de Transportes e do Lab GIS-OTM, com quem tive a oportunidade que compartilhar a rotina e fortalecer os laços de amizade. À Jane, pelo carinho com que me acolheu no Programa de Engenharia de Transportes, lá em 2015, e por todo o apoio desde então. Sua alegria e disposição em ajudar contribuíram para minha formação acadêmica e construção de uma grande amizade.

Aos amigos que fiz na Superintendência de Planejamento e Monitoramento de Concessões de Transporte Público, da Secretaria de Transportes do Estado do Rio de Janeiro, especialmente Jorge, Mila, Raquel e Leitão, pelo acolhimento à equipe e por me incentivarem e compreenderem desde que me juntei ao time.

Ao Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro, em especial ao Coronel Roberto Robadey Costa Junior e ao Coronel Célio Ribeiro Júnior, pelas valorosas informações e sugestões que contribuíram para o aperfeiçoamento desta pesquisa.

Aos professores Laura Bahiense, Gisele Chaves, Vanessa Guimarães e Pedro Henrique González, que compõem a banca, na certeza das relevantes contribuições que serão feitas para aprimoramento da tese.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo auxílio concedido.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## ABORDAGENS MULTIOBJETIVO PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE BASES DE VEÍCULOS DE RESGATE

Thayse Ferrari

Agosto/2022

Orientador: Glaydston Mattos Ribeiro

Programa: Engenharia de Transportes

A demanda por serviços de emergência, os custos para a localização de bases de veículos de resgate e o tempo de resposta das equipes às chamadas recebidas são critérios que precisam ser considerados no Problema Multiobjetivo de Localização de Bases de Veículos de Resgate (PMLBVR) para que o planejamento da localização dessas bases seja assertivo. Em abordagens multiobjetivo, no entanto, não existe uma solução única que atenda a todos os objetivos simultaneamente e encontrar um conjunto de soluções eficientes para problemas reais de grande porte é uma tarefa complexa, que envolve elevados tempos computacionais. Este trabalho tem como objetivo apresentar contribuições para o PMLBVR, com a proposição de um novo modelo matemático e de instâncias baseadas na realidade da cidade do Rio de Janeiro – Brasil, além de diferentes métodos de solução. As funções objetivo propostas consideram a maximização da cobertura da população e dos pontos de demanda e a minimização do número de bases utilizadas. Foram implementados um método exato ( $\epsilon$ -Constraint) e cinco heurísticos (duas versões do algoritmo NSGA-II e três variantes de uma heurística construtiva). Os resultados computacionais indicam que é possível alcançar boas soluções com métodos heurísticos, especialmente em instâncias de grande porte. Observou-se, ainda, que as heurísticas propostas apresentam ganhos em qualidade e tempo de processamento, mesmo quando comparada ao melhor resultado do NSGA-II.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

MULTIOBJECTIVE APPROACHES TO THE RESCUE VEHICLE BASES  
LOCATION PROBLEM

Thayse Ferrari

August/2022

Advisor: Glaydston Mattos Ribeiro

Department: Transportation Engineering

The demand for emergency services, the costs of locating rescue vehicle bases and the teams' response time to incoming calls are criteria that need to be considered in the Multiobjective Rescue Vehicle Base Location Problem (MRVBLP). However, in multiobjective approaches there is no single solution that meets all objectives simultaneously and finding a set of efficient solutions for large real problems is a complex task, which requires high computational times. This work aims to present contributions to the MRVBLP, with the proposition of a new mathematical model and instances based on reality of the Rio de Janeiro City – Brazil, as well as different solution methods. The proposed objective functions aim to maximize the population and the coverage of the demand points and minimize the number of used bases. We implement an exact method ( $\epsilon$ -Constraint) and five heuristic approaches (two versions of the NSGA-II algorithm and three variants of a constructive heuristic). The computational results indicate that it is possible to achieve good solutions with heuristic methods, especially in large instances. We observed that the proposed heuristics present gain in quality and processing time, even when compared to the best result of the NSGA-II.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação .....	4
1.2	Objetivos e Contribuições .....	7
1.3	Organização da Tese.....	8
<b>2</b>	<b>MODELOS DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES .....</b>	<b>10</b>
2.1	Conceitos de Localização de Facilidades .....	10
2.2	Abordagem baseada em cobertura para Problemas de Localização de Facilidades .....	12
2.3	Problemas de Localização de Facilidades aplicados a Serviços Médicos de Emergência .....	17
2.4	Considerações Finais .....	19
<b>3</b>	<b>PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....</b>	<b>24</b>
3.1	Conceitos de Otimização Multiobjetivo e suas Aplicações em EMS.....	24
3.2	Métodos de Solução Multiobjetivo .....	28
3.2.1	Abordagens Exatas .....	29
3.2.1.1	Método $\epsilon$ -Constraint .....	29
3.2.1.2	Método da Soma Ponderada .....	31
3.2.2	Abordagens Heurísticas .....	32
3.2.2.1	Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II) .....	35
3.3	Métricas de Desempenho para Avaliação dos Métodos de Solução.....	38
3.3.1	Error Ratio .....	40
3.3.2	Generational Distance.....	40
3.3.3	Hypervolume .....	41
3.4	Considerações Finais .....	42
<b>4</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA E PROPOSTA DOS MÉTODOS DE SOLUÇÃO .....</b>	<b>43</b>
4.1	Modelo Matemático Multiobjetivo Proposto.....	43
4.2	Proposta dos Métodos de Solução .....	47
4.2.1	Método $\epsilon$ -Constraint.....	47
4.2.2	Metaheurística NSGA-II – Versão Original .....	49
4.2.3	Adaptação da Metaheurística NSGA-II ao PMLBVR .....	50
4.2.3.1	Mudanças na estrutura dos cromossomos.....	51

4.2.3.2	Nova geração da população inicial .....	53
4.2.3.3	Nova estratégia para o operador de cruzamento .....	55
4.2.3.4	Nova estratégia para o operador de mutação .....	56
4.2.4	Heurística Construtiva Baseada em Aleatoriedade (HCBA).....	58
<b>4.3</b>	<b>Considerações Finais .....</b>	<b>61</b>
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS.....</b>	<b>62</b>
<b>5.1</b>	<b>Definição das Instâncias .....</b>	<b>62</b>
<b>5.2</b>	<b>Processo de Calibração de Parâmetros.....</b>	<b>65</b>
<b>5.3</b>	<b>Resultados.....</b>	<b>67</b>
5.3.1	Tempo de Execução Computacional .....	69
5.3.2	Quantidade de Soluções Não-Dominadas .....	72
5.3.3	Hypervolume ( <i>HV</i> ) .....	74
5.3.4	Análise do <i>HV</i> (%) para a HCBA-V1, a HCBA-V2 e a HCBA-V3 .....	79
<b>5.4</b>	<b>Análise dos Resultados .....</b>	<b>83</b>
<b>5.5</b>	<b>Considerações Finais .....</b>	<b>85</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>87</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>91</b>
	<b>Apêndice A – Resultados do <math>\epsilon</math>-Constraint para as instâncias do PMLBVR .....</b>	<b>114</b>
	<b>Apêndice B – Resultados da HCBA-V3 para as instâncias do PMLBVR.....</b>	<b>122</b>
	<b>Apêndice C – Resultados obtidos com os experimentos computacionais para as instâncias do PMLBVR.....</b>	<b>129</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Representação do problema de localização de bases de veículos de resgate com uma solução .....	2
Figura 1.2: Distribuição das emergências por grupo de CID da ocorrência.....	6
Figura 1.3: Representação das bases de atendimento do CBMERJ por AP.....	6
Figura 3.1: Exemplo de uma FP com soluções dominadas e não dominadas .....	26
Figura 3.2: Representação da distribuição de soluções na Fronteira de Pareto.....	27
Figura 3.3: Representação gráfica do método $\epsilon$ -Constraint.....	30
Figura 3.4: Representação geral do mecanismo de um algoritmo genético .....	36
Figura 3.5: Representação dos operadores do NSGA-II .....	37
Figura 3.6: Representação do HV para dois conjuntos .....	42
Figura 4.1: Fluxograma do $\epsilon$ -Constraint para o PMLBVR.....	48
Figura 4.2: Fluxograma do algoritmo original do NSGA-II para o PMLBVR.....	49
Figura 4.3: Fluxograma do algoritmo do NSGA-II modificado para o PMLBVR .....	51
Figura 4.4: Estrutura genérica proposta para a codificação dos cromossomos.....	51
Figura 4.5: Cromossomo fictício de tamanho $I = 10$ .....	52
Figura 4.6: Fluxograma da geração de população inicial no NSGA-II modificado.....	54
Figura 4.7: Procedimento adotado para aplicação da HCBA proposta para solucionar o PMLBVR.....	58
Figura 5.1: Tempo computacional dos métodos $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e diferentes versões da HCBA para todas as instâncias .....	72
Figura 5.2: Quantidade de soluções não-dominadas encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e as diferentes versões da HCBA para todas as instâncias .....	73
Figura 5.3: Métrica HV para todas as instâncias com os métodos $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e as diferentes versões da HCBA .....	76
Figura 5.4: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 1 .....	77
Figura 5.5: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 6.....	77
Figura 5.6: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 13.....	78

Figura 5.7: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 16.....	78
Figura 5.8: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 1.....	81
Figura 5.9: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 6.....	82
Figura 5.10: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 13.....	83
Figura 5.11: Soluções encontradas com os métodos $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 16.....	83
Figura A.1: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 1.....	114
Figura A.2: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 2.....	114
Figura A.3: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 3.....	115
Figura A.4: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 4.....	115
Figura A.5: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 5.....	115
Figura A.6: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 6.....	116
Figura A.7: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 7.....	116
Figura A.8: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 8.....	116
Figura A.9: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 9.....	117
Figura A.10: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 10.....	117
Figura A.11: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 11.....	117
Figura A.12: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 12.....	118
Figura A.13: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 13.....	118
Figura A.14: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 14.....	118
Figura A.15: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 15.....	119
Figura A.16: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 16.....	119
Figura A.17: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 17.....	119
Figura A.18: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 18.....	120
Figura A.19: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 19.....	120
Figura A.20: Soluções do $\epsilon$ -Constraint para a Instância 20.....	121
Figura B.1: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 1.....	122
Figura B.2: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 2.....	122
Figura B.3: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 3.....	123

Figura B.4: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 4 .....	123
Figura B.5: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 5 .....	123
Figura B.6: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 6 .....	124
Figura B.7: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 7 .....	124
Figura B.8: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 8 .....	124
Figura B.9: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 9 .....	125
Figura B.10: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 10 .....	125
Figura B.11: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 11 .....	125
Figura B.12: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 12 .....	126
Figura B.13: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 13 .....	126
Figura B.14: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 14 .....	126
Figura B.15: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 15 .....	127
Figura B.16: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 16 .....	127
Figura B.17: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 17 .....	127
Figura B.18: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 18 .....	128
Figura B.19: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 19 .....	128
Figura B.20: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 20 .....	128

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Abordagens de problemas de localização de facilidades aplicados a EMS presentes na literatura .....	20
Tabela 4.1: Características das três versões da HCBA proposta .....	61
Tabela 5.1: Resumo das instâncias propostas para o PMLBVR .....	64
Tabela 5.2: Parâmetros de calibração do NSGA-II para o PMLBVR.....	66
Tabela 5.3: Resumo dos resultados obtidos, por método de solução implementado, para o PMLBVR.....	68
Tabela 5.4: Valores da métrica HV e do HV(%) obtidos com os métodos exato e heurísticos para o PMLBVR .....	75
Tabela 5.5: Variações do HV(%) por instância e versão da HCBA para o PMLBVR ...	80
Tabela C.1: Resultados obtidos com os experimentos computacionais de todos os métodos, por instância .....	129

## 1 INTRODUÇÃO

O incremento na demanda por atendimentos de saúde aliado à dificuldade de acesso aos serviços médicos de baixa e média complexidade fazem com que os hospitais sejam a principal porta de entrada dos serviços de saúde (Justo *et al.*, 2017; Puccini e Cornetta, 2008; Spedo *et al.*, 2010). Uma das principais formas de acesso a esses hospitais ocorre por meio dos Serviços Médicos de Emergência ou *Emergency Medical Service* (EMS).

Os EMS compreendem o elemento pré-hospitalar do atendimento de emergência e integram as atividades básicas de cuidados médicos com o transporte à unidade hospitalar adequada (Aboueljinane *et al.*, 2014). Como os atendimentos se dão a partir do recebimento de chamadas de emergência e exercem impacto relevante sobre a vida das pessoas, eles demandam equipes estrategicamente posicionadas e aptas para realizá-los (Li *et al.*, 2011; Bélanger *et al.*, 2016). Quando um sistema de emergências não é capaz de fornecer seu serviço de maneira eficiente, inúmeras vidas são postas em risco.

A implementação assertiva das bases de veículos de resgate e das equipes de EMS proporciona diversos benefícios socioeconômicos à sociedade de uma forma geral, visto que uma emergência médica é capaz de influenciar também questões emocionais e de ordem econômica. Países em desenvolvimento utilizam cerca de 1% a 3% do Produto Interno Bruto (PIB) para cobrir gastos decorrentes apenas de acidentes de trânsito. Tal percentual ganha ainda mais expressividade quando se observa que o gasto do Brasil com saúde pública foi equivalente a 3,9% de seu PIB no ano de 2015 (BRASIL, 2018; PAHO, 2018).

No entanto, a operacionalização dos EMS é impactada diretamente pela natureza incerta das chamadas de emergência, especialmente no que tange ao momento da ocorrência e sua localização (Kergosien *et al.*, 2015). Outros fatores como as variações no padrão da demanda ao longo do tempo, as mudanças no tempo de viagem ao longo do dia e da rede de transporte, além da própria saída de veículos para atendimento de chamadas, também contribuem para a incerteza dessa operação (Nair e Miller-Hooks, 2009; Bélanger *et al.*, 2016). Frente a isso, entender o comportamento espaço-temporal, além de considerar questões relacionadas à rede de transporte de cada local, torna-se fundamental para guiar a tomada de decisões durante o planejamento do serviço.

Neste sentido, Ferrari *et al.* (2018a) destacam que tem sido cada vez mais necessário garantir um nível de serviço adequado do EMS à população, a fim de



O objetivo principal dos modelos de cobertura é buscar o maior número possível de pontos de demanda atendidos/cobertos. Assim, dado um padrão de cobertura para determinado serviço, que pode ser relacionado a uma distância ou tempo pré-definidos, por exemplo, o Problema de Localização de Máxima Cobertura busca localizar um número fixo de facilidades que forneçam o serviço ao maior número possível de pontos de demanda (Farahani *et al.*, 2012; Yin e Mu, 2012; Marianov, 2017). Para tanto, uma demanda é considerada coberta por uma facilidade quando a distância (ou tempo) entre o local dessa demanda e o ponto onde se encontra instalada a facilidade não excede um valor limite pré-definido.

Percebe-se, com isso, que grande parte dos problemas relacionados a serviços de emergência tendem a adotar o critério de cobertura em sua formulação (como é o caso de: Toregas *et al.*, 1971; Church e ReVelle, 1974; Repede e Bernardo, 1994); Gendreau *et al.*, 1997; Harewood, 2002; Ingolfsson *et al.*, 2008; Rajagopalan *et al.*, 2008; Liu *et al.*, 2014; Maleki *et al.*, 2014; Zhang e Li, 2015; e Yang *et al.*, 2020), visto que este permite a definição de uma meta (distância ou tempo) que quantifique o atendimento prestado.

Marianov (2017) destaca que existem duas estratégias básicas para utilizar o critério de cobertura: i) minimizar a quantidade de instalações necessárias para obter determinado nível de serviço (sob a ótica do custo); e ii) maximizar a demanda coberta por determinado número de facilidades quando o orçamento é limitado. Como tais estratégias não precisam ser abordadas de maneira separada, é comum que, em problemas reais, elas sejam aplicadas de modo complementar para atender dois ou mais objetivos (custo, tempo de resposta, qualidade do serviço e distribuição da carga de trabalho da equipe, por exemplo) ao mesmo tempo.

Esse tipo de abordagem multiobjetivo torna o problema mais realístico, uma vez que situações cotidianas envolvem múltiplos critérios e medidas de desempenho (Okimoto *et al.*, 2013; Datta e Regis, 2016). No entanto, deve-se saber que, diferente do que ocorre na otimização mono-objetivo, ao representar problemas reais com múltiplos objetivos por meio de modelos matemáticos, não existe uma solução única que otimize todos os critérios de maneira simultânea (Felfel *et al.*, 2016; Modiri-Delshad e Rahim, 2016; Mirjalili *et al.*, 2017). Tal situação decorre do *trade-off* existente entre os objetivos, ou seja, o conflito de interesse que faz com que a melhora em determinado objetivo contribua para a piora de outro.

Ao analisar o Problema de Localização de Bases de Despacho de Veículos de Resgate (PLBDVR), proposto por Ferrari *et al.* (2018a), percebe-se a existência do *trade-*

*off* entre a maximização da cobertura, priorizando o atendimento de áreas de demanda com maior registro histórico de atendimentos, e a minimização da quantidade de bases abertas e da distância entre essas bases e a população que elas atendem. Diante disso, uma alternativa para a solução desse tipo de problema é buscar um equilíbrio entre os diferentes objetivos. Para tanto, o método mais utilizado na resolução de problemas multiobjetivo se dá por meio da definição de um conjunto de soluções, também conhecido como Pareto Ótimo, que indica o equilíbrio entre os objetivos, vislumbrando a melhor representação do *trade-off* existente (Pareto, 1964; Felfel *et al.*, 2016; Mirjalili *et al.*, 2017).

É preciso destacar, porém, que do ponto de vista de modelagem matemática e de solução, os problemas de localização têm características computacionais complexas, já que estão associados a uma quantidade muito grande de variáveis e restrições (Kordestani *et al.*, 2019). Com isso, a complexidade computacional, tanto em questão de tempo quanto de espaço, cresce de forma exponencial com o aumento da rede de estudo, mesmo para os problemas mono-objetivo (Garey e Johnson, 1979; Negreiros e Palhano, 2006).

Problemas com essas características são classificados pela literatura como *NP-Hard*, para os quais o tempo ou a complexidade de espaço computacional podem ser proibitivos tanto para a obtenção do resultado otimizado em problemas de pequeno porte, quanto para a obtenção do Pareto Ótimo em problemas multiobjetivos (Woeginger, 2003). Com o objetivo de contornar esse tipo de questão, foram desenvolvidos diversos algoritmos heurísticos que, diante da impossibilidade de atingir a solução ideal de um problema, optam por abrir mão da garantia de otimalidade e adotam uma “boa” solução viável, desde que esta seja atingida com eficiência quando comparada aos métodos exatos (Hochba, 1997). Ou seja, esses métodos têm o compromisso de encontrar soluções de boa qualidade em tempo computacional reduzido, em detrimento de soluções exatas para o problema.

## 1.1 Motivação

Este trabalho é motivado por um estudo de caso real do Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro (CBMERJ), que no período de obtenção dos dados era o único responsável pelo atendimento pré-hospitalar de emergência na cidade do Rio de Janeiro. Tal cidade possui uma extensão territorial que ultrapassa os 1.200 km<sup>2</sup> e população estimada para o ano de 2020 de cerca de 6.661.359 habitantes (IBGE, 2011), distribuídos entre 10.504 setores censitários.

No período em que os dados foram obtidos (entre 2013 e 2015), o centro de operações do Grupamento de Socorro de Emergência era a segunda maior Central de Regulação Médica de Urgências do Brasil, em número de chamadas telefônicas, com média de 3.000 ligações diárias, que resultaram em cerca de 450 socorros de emergência/dia.

Com a criação do Centro Operacional de Atendimento Pré-Hospitalar (COAPH), a partir de 2020 este órgão se tornou responsável pela regulação das atividades de atendimento pré-hospitalar no CBMERJ. Neste mesmo ano toda a gestão e operação do SAMU 192 da cidade do Rio de Janeiro foi transferida para Secretaria Estadual de Saúde, o que fez com que os atendimentos domiciliares na cidade deixassem de fazer parte da responsabilidade do CBMERJ.

Ainda assim, segundo o CBMERJ (2022), no ano de 2020, foram recebidos quase 256 mil chamados de socorro que resultaram em 211.528 atendimentos realizados. A partir do total de atendimentos realizados, 171.361 foram contemplados na categoria de socorros. Com uma média de 588 eventos atendidos por dia, o COAPH passou a ser a maior Central de Regulação Médica de Urgências do Brasil em número de pessoas assistidas. Vale destacar, contudo, que como o volume de atendimentos domiciliares de baixa complexidade foram fortemente reduzidos com a mudança de gestão, os eventos de trauma passaram a ser dominantes no COAPH, aumentando a complexidade da operação.

Neste estudo, os dados sobre a localização das chamadas de emergência e o tipo de cada uma delas foram obtidos a partir de uma série temporal de atendimentos de emergência realizados no município do Rio de Janeiro entre janeiro de 2013 e dezembro de 2015, período no qual foram registradas cerca de 482 mil ocorrências de solicitação originadas por diferentes enfermidades.

Ao analisar a distribuição dos eventos por grupo de Classificação Internacional de Doenças (CID), problemas clínicos mostram-se como a principal causa de solicitação de atendimento de emergência, com uma média de (54,8%), seguidos de emergências relacionadas a traumas (36,3%), como pode-se observar na Figura 1.2. Essas últimas podem ocorrer em função de diversas causas, no entanto, os acidentes de trânsito têm se mostrado como a principal entre elas, conforme apontado por Ferrari *et al.* (2019). Diante disso, acredita-se que o tipo de ocorrência deva ser um item a ser abordado durante a modelagem do problema.

Já a distribuição dos atendimentos em função do bairro em que ocorrem apresenta grande diversidade espacial. Tal fato aliado às diferentes características relacionadas a

cada bairro pode indicar que a configuração espacial destes atendimentos não é de grande relevância, o que favorece a escolha de analisar a cidade como um todo.

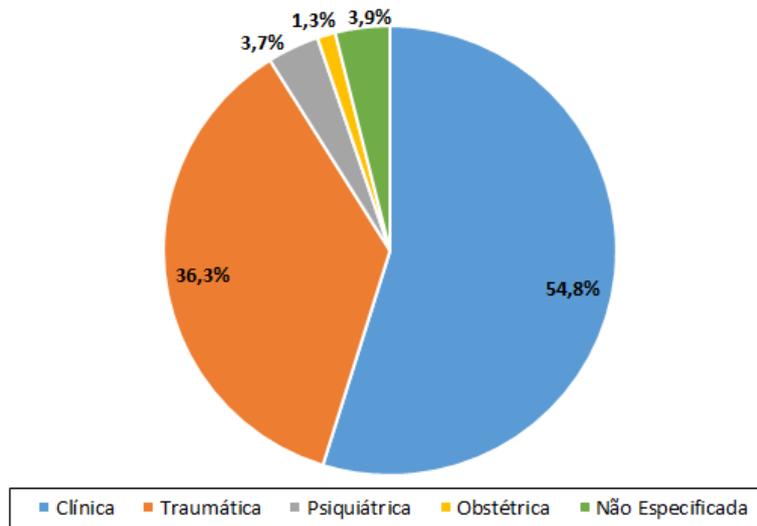


Figura 1.2: Distribuição das emergências por grupo de CID da ocorrência

Para atender aos chamados de socorro no período analisado, a corporação tinha à sua disposição uma infraestrutura que compreendia 36 bases e 80 veículos de resgate, que se dividiam entre as cinco Áreas de Planejamento (AP) da cidade (veja Figura 1.3). Cada uma dessas bases possui suas peculiaridades, que impactam no número de veículos que comportam e resultam em diferentes capacidades físicas. No entanto, uma base tem capacidade de abrigar, no máximo, cinco veículos, de acordo com informações fornecidas pelo CBMERJ.

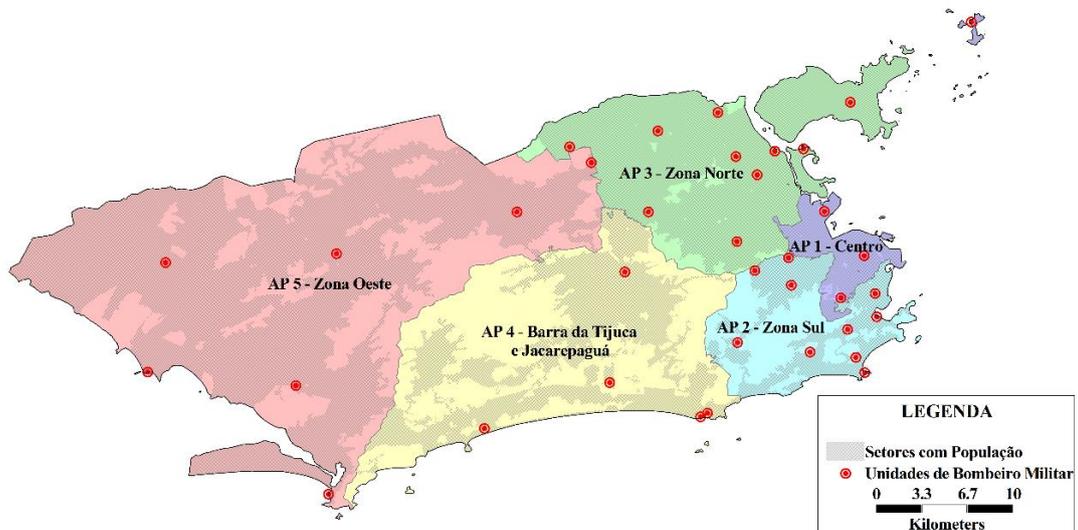


Figura 1.3: Representação das bases de atendimento do CBMERJ por AP

É importante destacar que a definição de quais áreas do município devem ser atendidas por uma ou por outra base é condicionada ao tempo de resposta do sistema, estabelecido informalmente pelo CBMERJ como igual a 10 minutos. Dessa forma, todo setor censitário que se encontre em até 10 minutos de uma base de veículos de resgate faz parte da área de cobertura daquela base.

## 1.2 Objetivos e Contribuições

Esta tese tem como objetivo principal propor uma nova abordagem multiobjetivo para o Problema de Localização de Bases de Veículos de Resgate e avaliar a obtenção de soluções eficientes a partir da implementação de um método exato e de cinco métodos (um algoritmo evolutivo em sua versão original, uma versão modificada do mesmo e três versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade). Com isso, propõe-se o Problema Multiobjetivo de Localização de Bases de Veículos de Resgate (PMLBVR).

Assim sendo, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- (i) apresentar uma nova modelagem multiobjetivo para o PMLBVR;
- (ii) propor um conjunto de instâncias para o PMLBVR;
- (iii) implementar o método exato  $\epsilon$ -Constraint para o PMLBVR;
- (iv) implementar a metaheurística *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II), adaptando sua versão original às características do PMLBVR;
- (v) implementar uma versão modificada do NSGA-II, com estratégias específicas para o PMLBVR;
- (vi) calibrar as diferentes versões do NSGA-II com base nos resultados obtidos com o método exato;
- (vii) implementar diferentes versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade para o PMLBVR;
- (viii) implementar uma estratégia de paralelização do código da heurística, de modo a avaliar a possibilidade de redução do tempo computacional; e
- (ix) comparar os resultados obtidos pelo método exato e pelos métodos heurísticos para verificar qual gera resultados mais eficientes com menor esforço computacional.

Com isso, acredita-se que a contribuição deste trabalho se dá em três perspectivas principais: i) no âmbito acadêmico, ao apresentar novos avanços para uma vertente de um

problema bastante estudado na literatura, por meio da proposição de uma nova modelagem matemática multiobjetivo desenvolvida com base em dados reais de um serviço médico de emergência, além da implementação de diferentes métodos de solução, exatos e heurísticos, com soluções eficientes; ii) na esfera governamental, pois acredita-se que a aplicação dessa metodologia de localização de bases de veículos de resgate pode subsidiar o planejamento de políticas públicas relacionadas aos EMS e à otimização dos recursos neles empregados; e iii) no âmbito socioeconômico, tendo em vista que com a otimização do problema de localização de bases de veículos de resgate, espera-se um aumento da cobertura de atendimento e uma redução do número de bases utilizadas (menor gasto público), além da redução do tempo de resposta do serviço como um possível benefício indireto, uma vez que o mesmo é calculado em função da distância percorrida entre as bases e os pontos de demanda.

### **1.3 Organização da Tese**

Essa tese está organizada em seis capítulos. No Capítulo 1 apresentou-se uma contextualização do tema, que inclui o panorama geral do estudo, a motivação, a exposição do problema de pesquisa e dos objetivos geral e específicos, além de destacar as contribuições deste trabalho. O Capítulo 2 discorre sobre os Problemas de Localização de Facilidades trazendo os conceitos básicos, as principais formulações matemáticas mono-objetivo relacionadas ao problema de cobertura e suas aplicações aos serviços de saúde, em especial EMS.

Já o Capítulo 3 se concentra na discussão a respeito dos conceitos relacionados aos problemas multiobjetivos e sua aplicação aos EMS, e dos métodos de solução aplicados a esses problemas. Os métodos de solução são apresentados com base em abordagens exatas e heurísticas presentes na literatura. O capítulo apresenta, ainda, algumas das métricas de desempenho que podem ser utilizadas para avaliar os diferentes conjuntos de soluções decorrentes da aplicação de mais de um método de solução.

No Capítulo 4 são apresentados o modelo matemático proposto, os parâmetros e as premissas consideradas em seu desenvolvimento, além da descrição dos métodos de solução propostos (exato e heurísticos). O Capítulo 5, por sua vez, dedica-se aos experimentos computacionais, com a proposição das instâncias a serem utilizadas, a apresentação dos processos de calibração dos algoritmos NSGA-II (em suas duas versões) e a exposição e análise dos resultados obtidos com os experimentos realizados.

As considerações finais desta pesquisa podem ser observadas no Capítulo 6, onde também foram destacadas as sugestões para trabalhos futuros e as publicações científicas resultantes, direta ou indiretamente, desta tese de doutorado.

## 2 MODELOS DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES

O Problema de Localização de Facilidades (PLF) está consolidado na área de Pesquisa Operacional e bem difundido na área de serviços de emergência. Este capítulo apresenta conceitos relacionados a esse problema, suas principais formulações mono-objetivo, com ênfase especial aos modelos que abrangem problemas de cobertura, e aplicações voltadas para os serviços de saúde e EMS, com estudos de casos reais.

### 2.1 Conceitos de Localização de Facilidades

A localização de facilidades busca determinar a localização ou o posicionamento de facilidades/instalações com a finalidade de otimizar ao menos um objetivo, que pode estar relacionado ao custo, ao lucro, à distância, ao tempo ou à cobertura, por exemplo (Farahani *et al.*, 2010). Tais objetivos devem ser atingidos a fim de facilitar a integração da facilidade implantada com os demais elementos do sistema, como clientes, fornecedores e outros *stakeholders* (Dantrakul *et al.*, 2014).

Os PLF têm sido abordados na Pesquisa Operacional desde o século XVII e, mesmo se tratando de problemas já consolidados neste campo de pesquisa, continuam como uma das mais importantes áreas de interesse dos pesquisadores (veja Macharis e Bontekoning, 2004; Farahani *et al.*, 2010; Ansbro e Wang, 2013; Ortiz-Astorquiza *et al.*, 2018; e Guimarães *et al.*, 2018). Tamanho interesse se dá, possivelmente, em função da flexibilidade desses modelos matemáticos, que podem ser aplicados às mais diversas ocasiões que envolvem o planejamento de diferentes áreas (Ghosh e Craig, 1984).

Tais modelos podem se mostrar de grande utilidade no planejamento de organizações públicas uma vez que, enquanto a otimização de recursos pode causar um impacto econômico direto, a otimização das instalações pode ser capaz de influenciar no alcance das metas de políticas públicas (como, por exemplo, a localização ótima de bases de veículos de resgate é capaz de diminuir o tempo de resposta às chamadas de emergência). Neste sentido, diversas áreas como saúde, educação e segurança pública poderiam ser beneficiadas, já que a qualidade dos serviços prestados está diretamente ligada à sua localização (Klose e Drexler, 2005).

A facilidade de adaptação desses modelos faz com que os PLF abranjam diversos tipos de formulação, com consideráveis variações de complexidade. São encontrados na literatura desde modelos determinísticos lineares, sem capacidade, de produto e estágio únicos, até modelos probabilísticos não lineares, capacitados, com múltiplos produtos e

estágios (Klose e Drexl, 2005). Apesar da diversidade de modelos disponíveis, Melo *et al.* (2009) destacam que ao menos duas questões devem ser respondidas pelos PLF, a saber: i) quais facilidades devem ser abertas/utilizadas?; e ii) quais clientes devem ser atendidos a partir de cada uma dessas facilidades a fim de melhorar um dado critério?

Arabani e Farahani (2012) destacam que, em geral, os PLF são definidos em função do espaço (área que tem como objetivo receber as facilidades a serem localizadas) e do tempo (momento em que deve ocorrer a localização de determinada instalação). Ambos os elementos podem ser analisados por aspectos discretos e contínuos. O espaço e tempo discretos podem ser observados quando a instalação e/ou modificação de uma facilidade pode ser efetivada em pontos específicos (determinados previamente) e durante determinados períodos do tempo. Já o aspecto contínuo pode ser notado quando a localização de uma instalação pode ocorrer em qualquer ponto da área definida e a qualquer momento, sem restrições.

No que tange à taxonomia dos PLF, Camara (2016) destaca que existem diferentes formas de classificação para esses problemas na literatura. Tais classificações, no entanto, costumam se complementar na maioria dos casos. Brandeau e Chiu (1989) apontam que os PLF podem ser agrupados nas seguintes classes: Planares ou Contínuos; Discretos; Único e Multiprodutos; Estáticos e Dinâmicos; Determinísticos e Estocásticos; Capacitados e Não-Capacitados; e Mono e Multiobjetivo. Este trabalho, no entanto, dá ênfase às duas últimas categorias apresentadas (modelos com um ou vários objetivos).

Em um problema de otimização mono-objetivo, é possível encontrar uma solução (ou mesmo múltiplas soluções) em conformidade com o critério expresso na função objetivo, a qual atinge seu valor ótimo (Rollon, 2008). Sabe-se, no entanto, que problemas reais de localização de instalações costumam apresentar múltiplos objetivos (como a minimização de custos, a maximização do lucro ou da cobertura de atendimento e a minimização de tempo de deslocamento ou da distância entre facilidade e cliente, por exemplo), que normalmente são conflitantes (Chankong e Haimes, 2008; Camara, 2016).

Até certo ponto é possível tratar vários objetivos por meio da utilização de um objetivo principal e do acréscimo de restrições adicionais que representem os demais objetivos. No entanto, tal abordagem pode prejudicar a representação do problema real e obter soluções inadequadas (Klose e Drexl, 2005). Adotando-se uma abordagem multiobjetivo, no entanto, torna-se possível buscar um conjunto de soluções que represente o conjunto de soluções ótimas, obtidas de maneira simultânea (Chankong e Haimes, 2008).

Quanto às aplicações dos PLFs, como já apontado anteriormente, percebe-se que elas ocorrem tanto no setor público quanto no privado. Diversos casos podem ser encontrados na literatura nas mais diversas áreas, a saber: logística de distribuição e integração modal (Belardo *et al.*, 1984; Iakovou *et al.*, 1997; Aversa *et al.*, 2005; Costa *et al.*, 2008; Limbourg e Jourquin, 2009; Alumur *et al.*, 2012; Etemadnia *et al.*, 2015; Gelareh *et al.*, 2015; Rao *et al.*, 2015; e Guimarães *et al.*, 2017); localização de centros de coleta de resíduos (Eiselt, 2006; Eiselt e Marianov, 2015; e Ferri *et al.*, 2015); serviços públicos (Ndiave e Alfares, 2008; e Li *et al.*, 2011); logística humanitária (Jia *et al.*, 2007a; Jia *et al.*, 2007b; Balcik e Beamon, 2008; Salman e Yücel, 2015; Verma e Gaukler, 2015; Mohamadi e Yaghoubi, 2017; e Muggy e Stamm, 2017); localização de bases de veículos de resgate (Brotcorne *et al.*, 2003; Yin e Mu, 2012; Chanta *et al.*, 2014; Ansari *et al.*, 2015; Liu *et al.*, 2019; Ferrari *et al.*, 2018a; Ferrari *et al.*, 2018b; Hu *et al.*, 2019; e Sathler *et al.*, 2019); engenharia de tráfego (Camara *et al.*, 2016; e Camara e Ribeiro, 2019); planejamento de eventos esportivos (Pereira *et al.*, 2017); e localização de plataformas de petróleo (Camara *et al.*, 2018), entre outros.

Apesar da ampla utilização da localização de facilidades na solução dos mais diversos tipos de problemas reais, nota-se que um número pequeno de publicações se dedica a investigar o perfil das pesquisas relacionadas ao tema. Uma análise cientométrica da produção científica brasileira pode ser observada no trabalho de Guimarães *et al.* (2018), onde foram apresentados os artigos relacionados à localização de instalações publicados na *Web of Science*, além de uma avaliação da importância do tema para o setor brasileiro de transportes.

## **2.2 Abordagem baseada em cobertura para Problemas de Localização de Facilidades**

A ampla aplicabilidade dos modelos de localização de facilidades existentes, refletem no grande número de formulações matemáticas disponíveis, as quais foram criadas com a finalidade de lidar com a pluralidade de situações, tornando-se cada vez mais adequadas às operações e inovações presentes nos mais diversos setores da sociedade (Afshari *et al.*, 2014). Tais formulações são, normalmente, classificadas em três categorias: i) modelos de cobertura; ii) modelos  $p$ -medianas; e iii) modelos  $p$ -centro.

Os modelos de cobertura são aqueles que garantem o atendimento (cobertura) dos pontos de demanda de determinada região a partir de um padrão de cobertura pré-definido. Os modelos  $p$ -medianas têm como objetivo minimizar o custo total da

distribuição (normalmente distância entre a facilidade e os pontos de demanda) com cada ponto de demanda atendido por uma única instalação. Já os modelos  $p$ -centro visam minimizar a maior distância a ser percorrida de uma facilidade a um ponto de demanda (Crainic e Laporte, 1997; Mladenović *et al.*, 2003; Senne *et al.*, 2005; Diaz e Fernandez, 2006; Chaves *et al.*, 2007; Farahani *et al.*, 2012; Farahani *et al.*, 2014; Basu *et al.*, 2015; e Labbé *et al.*, 2017).

A classe mais popular entre as apresentadas, no entanto, é a que engloba os modelos de cobertura. Segundo Farahani *et al.* (2012) esse tipo de problema torna-se atraente para a pesquisa em função de sua aplicabilidade na vida real, especialmente quando se trata de instalações relacionadas à serviços de emergência. Esses modelos são norteados pela necessidade de cobertura em determinada região para localizar as facilidades. Neste sentido, busca-se encontrar um número mínimo de instalações que maximize a quantidade de clientes atendidos (Dantrakul *et al.*, 2014).

De maneira geral, em problemas de cobertura, um cliente pode ser atendido por uma facilidade desde que esteja localizado dentro de uma distância específica pré-definida, conhecida como raio de cobertura (Fallah *et al.*, 2009; Arabani e Farahani, 2012). Vale destacar que cada ponto de demanda (cliente) deve ser atendido por pelo menos uma facilidade dentro do raio de cobertura estipulado (Farahani *et al.*, 2012).

Os problemas de cobertura foram introduzidos na literatura por Berge (1957) e Hakimi (1965), sendo formulados como problemas de cobertura de vértices em um grafo. Já Toregas *et al.* (1971) propuseram a primeira formulação matemática para este problema a partir da modelagem da localização de instalações de serviços de emergência no estado de Nova York, nos Estados Unidos. O modelo leva em consideração que um ponto de demanda  $i \in I$  pode ser considerado coberto por uma facilidade  $j \in J$ , caso ela esteja disponível para atendê-lo, onde o conjunto  $I$  representa os pontos de demanda que devem ser atendidos pelas facilidades e  $J$  consiste no conjunto de locais possíveis para uma facilidade.

O modelo inicial considera:

- $S$  – a maior distância de serviço aceitável;
- $d_{ij}$  – a distância entre o nó de demanda  $i$  e a facilidade  $j$ ;
- $N_i$  – o conjunto de potenciais locais que respeitam a maior distância  $S$ , ou seja,  $N_i = \{j | d_{ij} \leq S\}$ ; e

- $x_j$  – uma variável de decisão binária que recebe 1 se uma facilidade for aberta no local  $j \in J$  e 0, caso contrário.

A partir desses conjuntos, parâmetros e variáveis, o modelo matemático de Toregas *et al.* (1971) é apresentado a seguir, onde a Função Objetivo (2.1) visa minimizar o número total de facilidades abertas, enquanto as Restrições (2.2) garantem que todos os pontos de demanda serão atendidos por, no mínimo, uma facilidade e as Restrições (2.3) representam a integralidade das variáveis de decisão.

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j \in J} x_j \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I \quad (2.2)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (2.3)$$

De maneira complementar, Schilling *et al.* (1993) mencionam que os modelos de localização de cobertura podem ser classificados, basicamente, em duas categorias: i) *Set Covering Problem* (SCP), também conhecidos como problema de cobertura de conjuntos, proposto por Toregas e ReVelle (1972), onde deve-se atingir uma cobertura necessária definida previamente; e ii) *Maximal Covering Location Problem* (MCLP), conhecido como o problema de localização de máxima cobertura, proposto por Church e ReVelle (1974), onde a cobertura precisa ser otimizada, atendendo-se a maior quantidade possível de pontos de demanda.

Em um problema de cobertura de conjuntos, o objetivo pode ser a minimização tanto do número de facilidades abertas quanto do custo total dessa localização, no entanto, deve-se considerar um determinado nível de cobertura a ser alcançado. Dessa forma, o problema indica o número de facilidades a serem abertas e os locais onde isso deve acontecer, de forma que todos os pontos de demanda façam parte da área de cobertura (em distância ou tempo) de alguma instalação que o atenda (Ahmadi-Javid *et al.*, 2017).

A formulação do SCP proposta por Toregas e ReVelle (1972) complementou a formulação geral dos problemas de localização de facilidades, com o acréscimo do parâmetro de custo de abertura de uma facilidade. A modelagem matemática do SCP considera, então, os seguintes parâmetros e variáveis de decisão:

- $S$  – a maior distância de serviço aceitável;
- $c_j$  – o custo fixo de abertura de uma facilidade na localização  $j \in J$ ;
- $a_{ij}$  – o parâmetro binário do modelo que recebe 1 se uma facilidade  $j \in J$  pode atender a um ponto de demanda  $i \in I$ , ou seja, se a distância entre  $i$  e  $j$  não for maior que  $S$  e 0, caso contrário; e
- $x_j$  – a variável de decisão binária que recebe 1 se uma facilidade for aberta no local  $j \in J$  e 0, caso contrário.

O modelo matemático de Toregas e ReVelle (1972) é apresentado a seguir.

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j \in J} c_j x_j \quad (2.4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I \quad (2.5)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (2.6)$$

A Função Objetivo (2.4) busca minimizar o custo total de abertura das facilidades. No entanto, se os custos de abertura de todas as facilidades forem iguais, a Função Objetivo (2.4) pode ser simplificada à Função Objetivo (2.1). As Restrições (2.5) garantem que todos os pontos de demanda  $i \in I$  serão atendidos por pelo menos uma instalação e, ainda, que um ponto de demanda será atendido, necessariamente, por uma instalação cuja cobertura o inclua. As Restrições (2.6) representam a condição de integralidade das variáveis de decisão.

No entanto, em aplicações reais, pode não haver recursos disponíveis para garantir a cobertura de todas as demandas com o nível de atendimento desejado. Neste contexto, destacam-se os problemas de localização de máxima cobertura, que objetivam determinar a localização das instalações que maximizem a demanda coberta, respeitando uma distância máxima de cobertura (Farahani *et al.*, 2012). O principal diferencial dessa abordagem em relação ao SCP, no entanto, é que no MCLP existe uma diferenciação entre os pontos com demanda, uma vez que se leva em conta o nível de demanda em cada um. Logo, pontos com maior demanda têm prioridade em relação àqueles com menor demanda (Ahmadi-Javid *et al.*, 2017).

A formulação matemática do MCLP, proposta por Church e ReVelle (1974), não apresenta restrições de capacidade e nem exige que todas as áreas de demanda sejam cobertas, no entanto, há um número fixo de instalações que podem ser abertas. Para tanto, considera-se os seguintes parâmetros e variáveis de decisão:

- $S$  – maior distância (ou tempo) de serviço aceitável;
- $P$  – quantidade total de facilidades a serem abertas;
- $h_i$  – demanda (como população, por exemplo) no ponto  $i \in I$ ;
- $a_{ij}$  – parâmetro binário do modelo que recebe 1 se uma facilidade  $j \in J$  pode atender a um ponto de demanda  $i \in I$ , ou seja, se a distância entre  $i$  e  $j$  não for maior que  $S$  e 0, caso contrário (igual ao SCP);
- $x_j$  – variável de decisão binária que recebe 1 se uma facilidade for aberta no local  $j \in J$  e 0, caso contrário; e
- $y_i$  – variável de decisão binária que recebe 1 se o ponto de demanda  $i \in I$  for atendido e 0, caso contrário.

O modelo matemático de Church e ReVelle (1974) pode ser observado a seguir.

$$\text{Maximizar } z = \sum_{i \in I} h_i y_i \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$y_i \leq \sum_{j \in J} a_{ij} x_j \quad \forall i \in I \quad (2.8)$$

$$\sum_{j \in J} x_j \leq P \quad (2.9)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (2.10)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (2.11)$$

A Função Objetivo (2.7) maximiza a demanda atendida pelas facilidades abertas. As Restrições (2.8) garantem que um ponto de demanda  $i \in I$  só poderá ser atendido por uma facilidade  $j \in J$  caso ela seja aberta e cuja cobertura atenda ao local de demanda. Nesse caso, o parâmetro  $a_{ij}$  é responsável por garantir que as coberturas sejam respeitadas. As Restrições (2.9) garantem que a quantidade máxima de facilidades abertas seja respeitada, não ultrapassando o valor  $P$  pré-determinado. Já as Restrições (2.10) e (2.11) garantem o domínio das variáveis de decisão.

### **2.3 Problemas de Localização de Facilidades aplicados a Serviços Médicos de Emergência**

É possível notar um aumento da demanda por serviços médicos de emergência com o passar dos anos, especialmente em função do crescimento populacional registrado em todo o mundo. Frente a isso, faz-se cada vez mais necessária a utilização de ferramentas de apoio ao planejamento de sistemas EMS, de forma a obter melhorias em seu desempenho, por meio da melhor utilização dos recursos e da prestação de serviço eficiente e eficaz aos clientes (Bandara *et al.*, 2014).

Com isso, os EMS têm recebido especial atenção de pesquisadores, principalmente quanto à redução do tempo de resposta e a disponibilidade de equipes e veículos para atender à demanda (Schneeberger *et al.*, 2016). Nas abordagens encontradas na literatura são consideradas, ainda, restrições financeiras e operacionais dos operadores do sistema, o que destaca a importância da otimização da alocação de recursos, sejam eles humanos ou materiais.

Independente do objetivo, no entanto, Drezner (1995) destaca que duas questões fundamentais precisam ser observadas quando se objetiva melhorar o desempenho de sistemas EMS: i) o dimensionamento da quantidade de bases operacionais e de veículos de resgate necessários para que toda a população seja atendida; e ii) a disposição ideal (localização de bases e veículos) deste sistema que cumpra com os padrões de tempo de resposta estipulados para o atendimento à população. Tais critérios têm sido abordados pela literatura desde a década de 1970, com a proposição de modelos de localização discreta que têm como objetivos a diminuição do custo dos sistemas EMS, a minimização do número de veículos de emergência e/ou bases operacionais e a maximização da cobertura do serviço, entre outros (Shariat-Mohaymany *et al.*, 2012).

A primeira aplicação de problemas de localização de facilidades direcionada ao posicionamento de pontos de apoio a emergências foi proposta por Toregas *et al.* (1971) e ficou conhecido como o Problema de Localização de Cobertura de Conjunto, do inglês *Location Set Covering Problem* (LSCP). Trata-se de um modelo de cobertura que tem como objetivo localizar o menor número possível de instalações que consiga atender a todos os pontos de demanda. No entanto, a cobertura total pretendida nesta modelagem dificilmente é alcançada, em função, especialmente, da limitação de recursos existente no mundo real. Dessa forma, caso haja um ponto de demanda distante dos outros, dificilmente o mesmo será coberto dentro do padrão de atendimento (distância ou tempo, por exemplo) predefinido (Schneeberger *et al.*, 2016).

Já o primeiro modelo determinístico de máxima cobertura, o *Maximal Covering Location Problem* (MCLP), foi apresentado por Church e ReVelle (1974) com o objetivo de localizar um número limitado de facilidades que maximizem a cobertura dos pontos de demanda existentes, dado um padrão de cobertura estabelecido para o serviço, conforme apresentado na Seção 2.2. Diante disso, Yin e Mu (2012) salientam que o MCLP tem se destacado como uma modelagem amplamente utilizada no planejamento de serviços, especialmente, por conseguir distribuir recursos limitados de maneira otimizada com o intuito de maximizar benefícios sociais e econômicos.

Para Li *et al.* (2011), no entanto, o LSCP e MCLP apresentam uma deficiência em comum: a falta temporária de cobertura de determinados pontos de demanda quando o veículo de resgate responsável por eles é chamado para o serviço em outro ponto daquela mesma área. Isso significa que, quando mais de uma chamada de emergência é realizada dentro da área de cobertura de um veículo em um curto intervalo de tempo, pelo menos uma delas ficará descoberta, já que não haverá veículo disponível para atendimento. Neste sentido, duas vertentes da literatura visam a superação de tal inconveniente por meio da proposição de modelos de múltipla cobertura e modelos de probabilidades e confiabilidade das instalações.

Os modelos de múltipla cobertura, como o *Double Standard Model* (DSM) proposto por Gendreau *et al.* (1997), têm como objetivo maximizar cobertura da demanda com, pelo menos, dois veículos. Neste caso é fornecida cobertura completa dentro de um padrão de longa distância e maximiza-se a cobertura dentro de um padrão de distância mais curta. No entanto, tais modelos, além de não limitar a demanda coberta por um veículo, apresentam uma formulação de período único, o que aumenta a possibilidade de não cobertura de pacientes em regiões densamente povoadas. Neste sentido, Doerner *et al.* (2005) propuseram uma versão capacitada desse modelo, onde um único veículo é capaz de cobrir uma quantidade específica de demanda por período.

Já os modelos de probabilidades e confiabilidade das instalações, como o Problema de Localização de Máxima Cobertura Esperada, do inglês *Maximum Expected Covering Location Problem* (MEXCLP), proposto por Daskin (1983), e o Problema de Localização de Máxima Disponibilidade ou *Maximum Availability Location Problem* (MALP), apresentado por ReVelle e Hogan (1989), partem do princípio de que as facilidades são independentes e a probabilidade de ocupação seja a mesma para todas elas. Diante disso, tais formulações são relaxadas em modelos hipercubo de filas, que fornecem uma representação mais fiel de sistemas reais (Li *et al.*, 2011). Tais modelos

serviram como base para o *Multi-period Maximum Expected Coverage Location Problem* (TIMEXCLP), proposto por Repede e Bernardo (1994), e para a variação deste modelo multiperíodo proposto para ambientes dinâmicos (Rajagopalan *et al.*, 2008).

No que tange aos objetivos considerados nos modelos, percebe-se que para atender a problemas distintos, as funções objetivo desses problemas também apresentam os mais diversos escopos. Neste sentido, algumas das abordagens presentes na literatura são apresentadas na Tabela 2.1, com seus respectivos objetivos e singularidades.

A decisão de localizar e/ou alocar recursos de serviços de emergência, no entanto, inclui a análise de diversos fatores, como o total de capital e custos operacionais envolvidos, a cobertura da demanda de incidentes e a resposta a tais incidentes (Jia *et al.*, 2007b). Frente a isso, mesmo que um determinado modelo matemático apresente uma formulação simples e compacta, isso não é garantia de que ele possa ser resolvido por aplicativos comerciais de otimização, tendo em vista a conhecida complexidade computacional desses problemas (Toro-Díaz *et al.*, 2015).

## **2.4 Considerações Finais**

Neste capítulo foram apresentados os conceitos e as principais formulações relacionadas a Problemas de Localização de Facilidades, assim como suas aplicações de objetivo único relacionadas aos EMS. A revisão bibliográfica apresentada indica que essa classe de problemas, geralmente, apresenta uma considerável dificuldade computacional na resolução dos modelos, especialmente os de grande porte e que envolvem aplicações reais. A dificuldade de solução desses problemas de forma exata faz com que métodos heurísticos sejam amplamente utilizados. Além disso, é possível notar que, embora exista uma ampla diversificação na literatura a respeito de problemas de localização de instalações de objetivo único, a abordagem de problemas de localização de múltiplos objetivos, mais adequada a realidade da sociedade atual (tendo em vista que problemas reais costumam envolver múltiplos critérios e medidas de desempenho), é mais comedida.

Tabela 2.1: Abordagens de problemas de localização de facilidades aplicados a EMS presentes na literatura

<b>Trabalho</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Aplicação<sup>1</sup></b>	<b>Estratégia de Solução</b>
Toregas <i>et al.</i> (1971)	Minimizar número de veículos	Nova York - EUA	<i>Branch and Cut</i>
Church e ReVelle (1974)	Maximizar cobertura da demanda		<i>Branch and Bound</i> / Heurística Gulosa
Schilling <i>et al.</i> (1979)	Maximizar cobertura da demanda	Baltimore - EUA	<i>Branch and Bound</i>
Daskin e Stern (1981)	Minimizar número de veículos / Maximizar cobertura da demanda	Austin - EUA	<i>Branch and Cut</i>
Daskin (1982)	Maximizar cobertura da demanda	Austin - EUA	<i>Branch and Bound</i> / Método Heurístico
Eaton <i>et al.</i> (1985)	Maximizar cobertura da demanda	Austin - EUA	Não apresentado
Bianchi e Church (1988)	Minimizar demanda descoberta	Austin - EUA	Solver de uso geral / Método Heurístico
ReVelle e Hogan (1988)	Maximizar cobertura da demanda	Baltimore - EUA	<i>Branch and Bound</i>
ReVelle e Hogan (1989)	Maximizar cobertura da demanda	Baltimore - EUA	<i>Branch and Bound</i>
Goldberg <i>et al.</i> (1990)	Maximizar cobertura da demanda	Tucson - EUA	Método Iterativo
ReVelle e Marianov (1991)	Maximizar cobertura da demanda	-	<i>Branch and Bound</i>
Ball e Lin (1993)	Minimizar custos	-	<i>Branch and Bound</i> / Solver de uso geral
Marianov e ReVelle (1994)	Minimizar número de veículos	-	Relaxação Linear / <i>Branch and Bound</i>

---

Repede e Bernardo (1994)	Maximizar cobertura da demanda	Louisville - EUA	Não apresentado
Marianov e ReVelle (1996)	Maximizar cobertura da demanda	-	<i>Branch and Bound</i> / Solver de uso geral
Gendreau <i>et al.</i> (1997)	Maximizar cobertura da demanda	Montreal - Canadá	Busca Tabu
Mandell (1998)	Maximizar cobertura da demanda	-	Solver de uso geral
Harewood (2002)	Maximizar cobertura da demanda / Minimizar custos	Barbados	Solver de uso geral
Beraldi <i>et al.</i> (2004)	Minimizar custos	-	Solver de uso geral
Doerner <i>et al.</i> (2005)	Maximizar cobertura da demanda	Áustria	Busca Tabu / Colônia de Formigas
Galvão <i>et al.</i> (2005)	Maximizar cobertura da demanda	-	Não apresentado
Alsalloum e Rand (2006)	Minimizar número de veículos / Minimizar demanda descoberta	Riyadh - Arábia Saudita	Não apresentado
Jia <i>et al.</i> (2007a)	Maximizar cobertura da demanda por instalações de diferentes níveis	Los Angeles County - EUA	Algoritmo Genético / Heurística de Localização-Alocação / Heurística Lagrangeana
Erkut <i>et al.</i> (2008)	Maximizar sobrevivência esperada	Edmonton - Canadá	Solver de uso geral
Ingolfsson <i>et al.</i> (2008)	Maximizar cobertura da demanda	St. Albert / Edmonton - Canadá	Método Iterativo / <i>Branch and Bound</i>
Rajagopalan <i>et al.</i> (2008)	Minimizar o número de locais/veículos	Mecklenburg County - EUA	Busca Tabu
Beraldi e Bruni (2009)	Minimizar custos	-	Método Exato / Método Heurístico / Solver de uso geral

---

McLay e Mayorga (2010)	Maximizar sobrevivência esperada	Hanover County - EUA	Não apresentado
Schmid e Doerner (2010)	Maximizar cobertura da demanda / Minimizar o número de veículos realocados	Viena - Áustria	<i>Variable Neighborhood Search</i>
Amponsah <i>et al.</i> (2011)	Maximizar cobertura da demanda	Kumasi - Gana	Algoritmo Genético
Basar <i>et al.</i> (2011)	Maximizar cobertura da demanda	Istambul - Turquia	Solver de uso geral / Busca Tabu
Knight <i>et al.</i> (2012)	Maximizar sobrevivência esperada	Wales - Reino Unido	Método Iterativo
Shariat-Mohaymany <i>et al.</i> (2012)	Minimizar custos	Tehran - Irã	Não apresentado
Berman <i>et al.</i> (2013)	Maximizar cobertura da demanda	-	Heurística Lagrangeana / Heurística Gulosa
Saydam <i>et al.</i> (2013)	Minimizar o número de locais e veículos / Minimizar veículos realocados	Mecklenburg County - EUA	Busca Tabu
Chanta <i>et al.</i> (2014)	Maximizar cobertura da demanda	Hanover County - EUA	Solver de uso geral / Método Exato
Liu <i>et al.</i> (2014)	Maximizar cobertura da demanda	Chicago - EUA	Algoritmo Genético
Maleki <i>et al.</i> (2014)	Minimizar o tempo até a chegada da ambulância	Isfahan - Irã	Solver de uso geral
Nogueira <i>et al.</i> (2014)	Minimizar custos	Belo Horizonte - Brasil	Solver de uso geral
Zhang e Jiang (2014)	Minimizar demanda descoberta / Minimizar custos	China	Solver de uso geral
Degel <i>et al.</i> (2015)	Minimizar realocação de custos / Maximizar cobertura empírica	Bochum - Alemanha	Solver de uso geral

Su <i>et al.</i> (2015)	Minimizar atrasos no serviço / Minimizar custo operacional	Xangai - China	Colônia de Formigas
van den Berg e Aardal (2015)	Maximizar cobertura da demanda / Minimizar realocação de custos	Amsterdã - Holanda	Solver de uso geral
Zhang e Li (2015)	Minimizar custos	Beijing - China	Solver de uso geral
Nickel <i>et al.</i> (2016)	Minimizar custos	-	Solver de uso geral
Castañeda e Villegas (2017)	Maximizar a cobertura ponderada dos distritos	Medellín - Colômbia	Solver de uso geral
Dibene <i>et al.</i> (2017)	Maximizar a soma ponderada das demandas cobertas ao menos duas vezes dentro de determinado raio	Tijuana - México	Solver de uso geral
Liu <i>et al.</i> (2017)	Maximizar cobertura da demanda	Xangai - China	Solver de uso geral
El Itani <i>et al.</i> (2019)	Minimizar custo	Beirute - Líbano	Solver de uso geral
Wajid <i>et al.</i> (2020)	Maximizar cobertura da demanda	Delhi - Índia	Não apresentado
Yang <i>et al.</i> (2020)	Minimizar custo do sistema	Xangai - China	Solver de uso geral

Nota: <sup>(1)</sup> A representação “-” indica que o referido estudo não apresenta aplicação real.

### 3 PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Neste capítulo são apresentados conceitos da otimização multiobjetivo e algumas de suas aplicações em EMS. Além disso, o capítulo concentra-se especialmente na discussão a respeito dos métodos de solução, tanto abordagens exatas quanto heurísticas. Por fim, são descritas algumas das métricas de desempenho mais utilizadas para a avaliação das soluções encontradas por diferentes métodos.

#### 3.1 Conceitos de Otimização Multiobjetivo e suas Aplicações em EMS

Em geral, os modelos matemáticos de otimização mono-objetivo apresentam uma única função objetivo  $f(x)$ , um conjunto de restrições  $g(x)$  (desigualdades) relacionadas a termos independentes  $b$  e um conjunto de restrições  $h(x)$  (igualdades) relacionadas a termos independentes  $c$ . O domínio das variáveis pode ser definido pelos limites inferiores ( $LB_k$ ) e superiores ( $UB_k$ ), onde  $k \in K$ , sendo  $K$  o conjunto de todas as variáveis de decisão. Uma representação simplificada desse tipo de problema pode ser observada no modelo matemático (3.1) - (3.4).

$$\text{Minimizar } z = f(x) \tag{3.1}$$

*Sujeito a:*

$$g(x) \leq b \tag{3.2}$$

$$h(x) = c \tag{3.3}$$

$$LB_k \leq x_k \leq UB_k \quad \forall k \in K \tag{3.4}$$

Já para modelos com múltiplos objetivos, além do conjunto  $K$ , a representação simplificada ganha novos conjuntos, como o  $M$  que representa os diferentes objetivos do problema com suas respectivas funções objetivo  $f_m(x)$ ,  $m \in M$ , e os conjuntos  $R$  e  $P$  que estão associados às restrições. O domínio das variáveis continua sendo definido pelos limites inferiores ( $LB_k$ ) e superiores ( $UB_k$ ). A representação simplificada desse problema pode ser observada no modelo matemático (3.5) - (3.11).

$$\text{Minimizar } z_1 = f_1(x) \tag{3.5}$$

$$\text{Minimizar } z_2 = f_2(x) \tag{3.6}$$

$$\dots \tag{3.7}$$

$$\text{Minimizar } z_{|M|} = f_{|M|}(x) \tag{3.8}$$

*Sujeito a:*

$$g_r(x) \leq b_r \quad \forall r \in R \quad (3.9)$$

$$h_p(x) = c_p \quad \forall p \in P \quad (3.10)$$

$$LB_k \leq x_k \leq UB_k \quad \forall k \in K \quad (3.11)$$

Enquanto na otimização mono-objetivo uma única solução (ou múltiplas soluções com mesmo valor de função objetivo) pode ser considerada ótima, em problemas multiobjetivo uma solução só pode ser considerada ideal se for capaz de otimizar simultaneamente todas as funções objetivo. Como esses múltiplos objetivos tendem a ser conflitantes entre si, dificulta-se (e na maior parte dos casos, impossibilita-se) a existência de uma solução que seja ótima para todos os objetivos simultaneamente (Felfel *et al.*, 2016; Modiri-Delshad e Rahim, 2016; Mirjalili *et al.*, 2017). Pode-se dizer que os objetivos são considerados conflitantes quando existe um *trade-off* entre eles, o que significa que uma melhora em uma função objetivo  $f_m(x)$  pode resultar em piora em uma outra função  $f_r(x)$ ,  $m$  e  $r \in M$ .

O conceito de otimalidade em problemas multiobjetivo normalmente está, então, associado à definição de um conjunto de soluções que atenda aos objetivos e ao *trade-off* existente entre eles da melhor maneira possível. Neste contexto, são abordados os conceitos de dominância de Pareto para definição do conjunto de soluções denominado Pareto Ótimo, que representa o conjunto de soluções eficientes de um problema multiobjetivo. Os conceitos relacionados ao Pareto Ótimo que serão utilizados ao longo deste capítulo são definidos a seguir.

**Definição 3.1 (Dominância de Pareto):** dado um conjunto de soluções factíveis  $X$  para um problema multiobjetivo que tem como objetivo minimizar funções objetivo  $f_m(x)$ ,  $m \in M$ , e dois vetores solução  $x_1$  e  $x_2 \in X$ , tem-se que:

- Se  $f_m(x_1) \leq f_m(x_2) \forall m \in M$  e  $\exists m \in M: f_m(x_1) < f_m(x_2)$ , então  $f(x_1)$  domina  $f(x_2)$  e o vetor de solução  $x_1$  domina o vetor  $x_2$ , ou seja,  $x_1 < x_2$ ; e
- Se  $f_m(x_1) \geq f_m(x_2) \forall m \in M$  e  $\exists m \in M: f_m(x_1) > f_m(x_2)$ ,  $f(x_1)$  é dominada por  $f(x_2)$  e o vetor de solução  $x_1$  é dominado pelo vetor  $x_2$ , ou seja,  $x_1 > x_2$ .

**Definição 3.2 (Solução Ótima de Pareto):** uma solução  $x^*$  é denominada uma Solução Ótima de Pareto, ou uma solução não-dominada, caso não exista nenhuma outra

solução  $x'$  pertencente ao espaço de soluções factíveis  $X$  do problema que domine  $x^*$ , ou seja,  $\nexists x' \in X: x' \preceq x^*$ .

**Definição 3.3 (Pareto Ótimo):** um conjunto de soluções  $P^*$  é denominado Pareto Ótimo se todos os vetores de solução  $x \in P^*$  são soluções não-dominadas, ou seja,  $\nexists x' \in X: x' \notin P^*$ .

**Definição 3.4 (Fronteira de Pareto):** a Fronteira de Pareto (FP) é formada por valores das funções objetivo (ponto no espaço de objetivos) correspondentes a cada solução no espaço de busca, ou seja, é um conjunto de soluções eficientes do problema de otimização multiobjetivo, onde  $FP = \{f(x): x \in P^*\}$ .

A Figura 3.1 exemplifica os conceitos apresentados sobre conjuntos de soluções não-dominadas (Pareto Ótimo) e soluções dominadas, além da representação da Fronteira de Pareto para um problema biobjetivo.

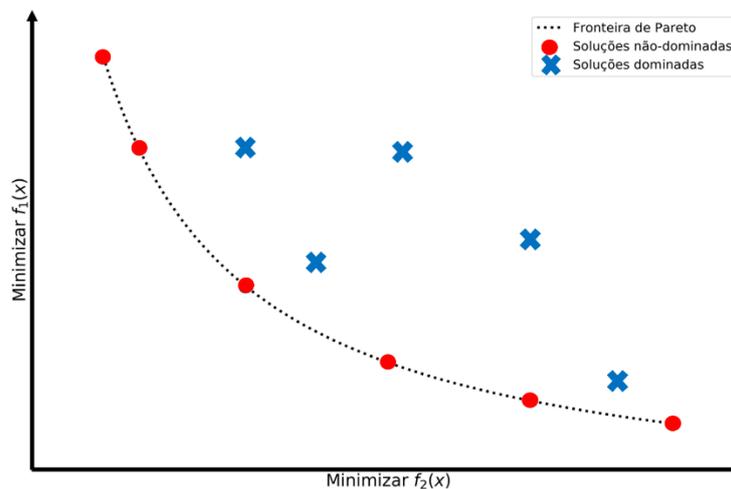


Figura 3.1: Exemplo de uma FP com soluções dominadas e não dominadas

Deb (2001) destaca que a otimização multiobjetivo deve buscar duas metas principais: i) obter um conjunto de soluções o mais próximo possível da Fronteira de Pareto, tendo em vista que soluções muito distantes da Fronteira de Pareto não são desejáveis; e, ii) encontrar um conjunto de soluções com a maior diversidade possível, uma vez que dessa forma é possível assegurar uma maior cobertura da fronteira. Na Figura 3.2 (a) pode-se observar uma boa distribuição de soluções na Fronteira de Pareto, enquanto a Figura 3.2 (b) retrata soluções distribuídas apenas em algumas regiões (situação não desejada).

Independente da distribuição das soluções, no entanto, o Pareto Ótimo representa o conjunto de soluções eficientes que, do ponto de vista da otimização, são igualmente

relevantes. Diante disso, faz-se necessário que um agente decisor indique a melhor alternativa a partir de um dado critério, o que pode se mostrar uma tarefa de grande complexidade (Tzeng e Huang, 2011).

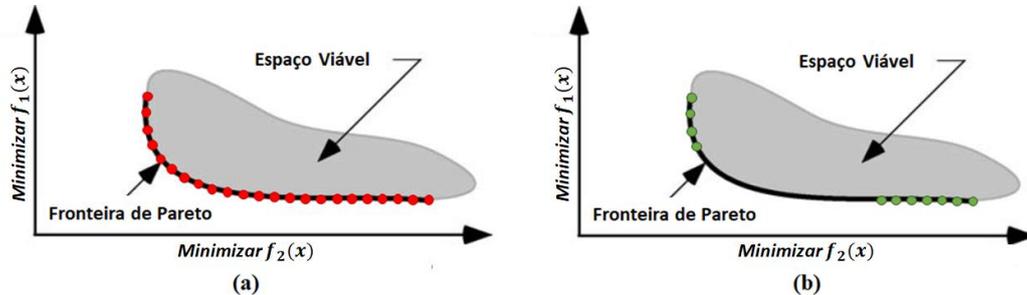


Figura 3.2: Representação da distribuição de soluções na Fronteira de Pareto  
Fonte: Adaptado de Mattson e Messac (2005)

Diversas aplicações de problemas de localização multiobjetivo direcionadas a serviços de saúde e emergências podem ser encontradas na literatura. Entre elas pode-se destacar Heller *et al.* (1989) que discutem a utilização de um modelo de  $p$ -medianas para localizar instalações de serviços médicos de emergência com o objetivo de minimizar o tempo médio de resposta e equilibrar a carga de trabalho da instalação.

Neste mesmo sentido, ReVelle (1993) considera um problema de localização de máxima cobertura de dois objetivos, com foco na maximização da cobertura da população e da frequência de chamadas recebidas, e propõe a ponderação dos objetivos. Já Badri *et al.* (1998) resolveram o problema de localização de postos de bombeiros para a cidade de Dubai, no Emirados Árabes Unidos, por meio da proposição de um modelo multiobjetivo que considera: i) a minimização dos custos fixos e operacionais anuais; ii) a maximização do atendimento nas áreas de maior demanda; iii) a minimização das distâncias média e máxima percorridas entre a estação e os pontos de ocorrência de acidentes; iv) a minimização dos tempos médio e máximo de viagem para atendimento; v) o atingimento de um número determinado de postos de bombeiros; vi) a minimização da sobreposição de cobertura/serviço; e vii) a minimização do número de postos em locais onde a disponibilidade de água possa ser um problema.

Harewood (2002) apresentou uma versão multiobjetivo do Problema de Localização de Máxima Disponibilidade para o serviço de emergência de ambulâncias em Barbados, que leva em conta a maximização da população coberta dentro de um determinado padrão de distância e nível de confiabilidade, além da minimização do custo

de cobertura. Yang *et al.* (2007) desenvolveram um modelo multiobjetivo para localizar quartéis de bombeiros no Reino Unido, de forma que os custos totais de instalação e operação dos postos de bombeiros, o custo total de perdas de acidentes em uma determinada área e a maior distância entre um posto de bombeiros e qualquer local de acidente sejam minimizados. Já Araz *et al.* (2007) propuseram um modelo de localização de veículos de emergência que consideram a maximização da população coberta por um veículo, a maximização da população com cobertura de *backup* e a minimização da distância total de viagem.

Mais recentemente, Mohamadi e Yaghoubi (2017) desenvolveram um modelo de otimização estocástica de dois objetivos para localizar pontos de transferência e centros de distribuição de suprimentos médicos em caso de desastres de grandes proporções em um distrito urbano no Irã. Tal modelo leva em conta a minimização do tempo total de transporte ponderado pela demanda entre as instalações e os custos totais da rede. Já Ferrari *et al.* (2018b) avaliaram os atendimentos de emergência realizados por equipes do Corpo de Bombeiros por meio de um modelo matemático multiobjetivo que considera a população e o número de ocorrências atendidas, além da distância percorrida pelos veículos de emergência para realizar os atendimentos. Posteriormente, Ferrari *et al.* (2018a) propuseram uma modelagem que considera, além dos objetivos apresentados por Ferrari *et al.* (2018b), minimizar o número de centros de liberação de ambulâncias de resgate em uma aplicação real na cidade do Rio de Janeiro, Brasil.

### **3.2 Métodos de Solução Multiobjetivo**

Problemas de otimização multiobjetivo podem ser solucionados por meio de diferentes abordagens reportadas na literatura. Nesta seção são apresentados alguns métodos de solução, que envolvem abordagens exatas e heurísticas, para este tipo de problema. Enquanto as abordagens exatas podem ser aplicadas no intuito de obter o Pareto Ótimo, as abordagens heurísticas se valem de métodos heurísticos para a obtenção de soluções não dominadas.

Em geral, para abordagens que utilizam métodos exatos, é preciso percorrer todo o espaço de busca por soluções viáveis antes de determinar o Pareto Ótimo de um problema. Tal procedimento tende a ser bastante árduo computacionalmente, mesmo que o problema em questão seja de pequeno porte. As abordagens heurísticas surgem, então, como uma alternativa que, apesar de não garantirem que a solução encontrada pertença ao Pareto Ótimo, possibilita a obtenção de bons resultados, tendo em vista que possuem

grande capacidade de contornar a dificuldade e o esforço computacional dos métodos exatos.

### 3.2.1 *Abordagens Exatas*

As abordagens clássicas de problemas multiobjetivos podem ser definidas como estratégias de solução que, em sua maioria tornam os objetivos escalares, transformando o problema em mono-objetivo. Estes métodos definem um problema substituto, reduzindo a otimização vetorial a um problema de otimização escalar e, sua aplicação, de forma iterativa permite a obtenção do Pareto Ótimo (Cohon, 1978; Steuer, 1986; Marler e Arora, 2004).

A maior dificuldade associada a essa vertente se dá em função da existência de objetivos conflitantes, que impossibilitam que uma solução viável otimize, simultaneamente, todos os objetivos. Como soluções ótimas para cada objetivo podem não satisfazer as necessidades do decisor, pode ser que o mesmo precise apontar a melhor alternativa a partir de um dado critério (identificar a melhor solução de compromisso), estabelecendo prioridades entre os objetivos (Ehrgott e Gandibleux, 2004; Tzeng e Huang, 2011).

Na sequência são apresentados alguns métodos clássicos de grande aplicação para resolver problemas multiobjetivos de diversas áreas.

#### 3.2.1.1 *Método $\epsilon$ -Constraint*

Uma das abordagens presentes na literatura para a obtenção dessas soluções ótimas de Pareto em problemas de múltiplos objetivos é o  $\epsilon$ -Constraint, que foi apresentado por Haimes *et al.* (1971) e é válida para problemas com espaço factível de soluções convexo ou não-convexo (Deb, 2001).

Neste método, uma das funções objetivo é selecionada para ser otimizada e os outros objetivos são transformados em restrições, com isso, o problema é convertido em mono-objetivo. Dado um problema multiobjetivo, em que  $M$  representa o conjunto de objetivos do problema e  $m^*$  o objetivo considerado mais relevante, as funções objetivo  $f_m(x)$ ,  $m \in M \setminus \{m^*\}$ , são incluídas ao conjunto de restrições e associadas à vetores de termos independentes  $\epsilon_{ml}$ , em que  $l \in L$ , sendo  $L$  o conjunto de elementos/níveis dos vetores  $\epsilon_{ml}$ , cujos valores mínimos e máximos são representados por  $\epsilon_{ml(\min)}$  e  $\epsilon_{ml(\max)}$ , respectivamente (Sabri e Beamon 2000; Chankong e Haimes, 2008; You e Grossmann

2008; Franca *et al.*, 2010; Yahia *et al.*, 2015). O problema modificado pode ser representado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } z = f_{m^*}(x) \quad (3.12)$$

Sujeito a:

$$f_m(x) \leq \epsilon_{ml} \quad \forall m \in M \setminus \{m^*\}, l \in L \quad (3.13)$$

A função objetivo que será otimizada deve ser escolhida *a priori*, da mesma forma que o vetor  $\epsilon$  considerado como parâmetro do método. Com isso, é possível que uma solução ótima encontrada para o problema em sua forma escalar seja uma solução eficiente para ele. Para tanto, deve-se atender a condição de que na escolha do vetor  $\epsilon$  exista, pelo menos, um ponto que satisfaça as restrições do problema.

A representação do problema original no formato mono-objetivo deve, então, ser resolvido de forma iterativa, onde: na primeira iteração,  $\epsilon_{ml}$  recebe  $\epsilon_{ml(\text{mín})}$  e, a cada nova etapa, um incremento deve ser adicionado ao valor corrente de  $\epsilon_{ml}$  até atingir o valor máximo  $\epsilon_{ml(\text{máx})}$  (Branke *et al.*, 2008). Ao final desse processo, um conjunto de soluções ótimas de Pareto é obtido.

A Figura 3.3 representa graficamente a obtenção de soluções ótimas de Pareto utilizando a função objetivo  $f_2(x) \leq \epsilon_{2l}, l \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , como restrição do problema original cujo espaço factível das funções objetivo é não-convexo.

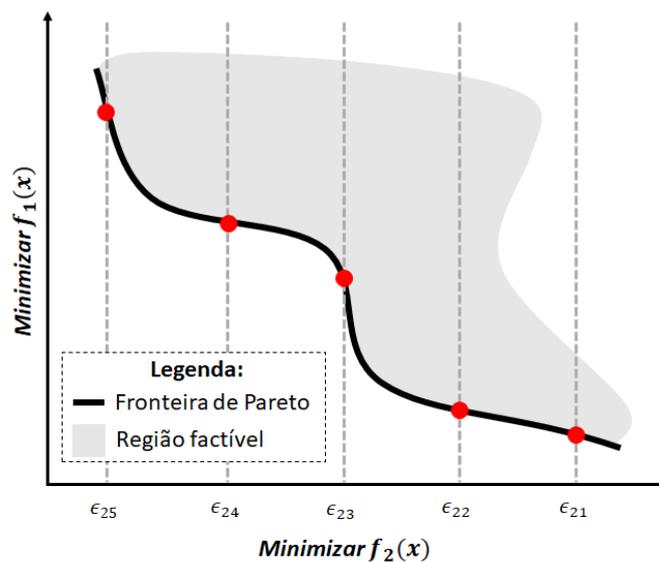


Figura 3.3: Representação gráfica do método  $\epsilon$ -Constraint  
Fonte: Adaptado de Camara (2021)

A principal vantagem associada a utilização do método  $\epsilon$ -Constraint tange à problemas cujo espaço de solução é desconhecido, uma vez que tal método pode ser utilizado com segurança para problemas cujo o espaço de soluções, na região da Fronteira de Pareto, é não-convexo. Além disso, o  $\epsilon$ -Constraint apresenta uma boa cobertura da Fronteira de Pareto, não depende do escalonamento das funções objetivo e possibilita o controle do número de soluções eficientes geradas de acordo com a definição de faixas da função objetivo (Mavrotas, 2009).

No entanto, no método  $\epsilon$ -Constraint, a obtenção do Pareto Ótimo está associada à correta utilização/dimensionamento dos valores de incremento dos termos independentes  $\epsilon_{ml}$ ,  $m \in M \setminus \{m^*\}$  e  $l \in L$  que, além de ser uma tarefa difícil, pode resultar em uma quantidade de iterações muito elevada ou até inviabilizar a aplicação do método.

### 3.2.1.2 Método da Soma Ponderada

O método da soma ponderada é um dos mais populares entre as abordagens clássicas para solução de problemas multiobjetivo, tendo em vista sua fácil utilização. Marler e Arora (2010) destacam que tal método parte de um problema multiobjetivo e, a partir da aplicação de multiplicadores que representam o peso de cada uns dos objetivos, o transformam em um novo problema mono-objetivo. Como é possível observar nas Funções Objetivo (3.14) e (3.15), o problema é resolvido por meio de um balanceamento entre as funções objetivo, possibilitado pela inclusão do parâmetro  $\alpha$ , onde  $0 < \alpha < 1$ .

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } z_1 &= f_1(x) \\ \text{Minimizar } z_2 &= f_2(x) \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned} \dots \\ \text{Minimizar } z_{|M|} &= f_{|M|}(x) \\ \text{Minimizar } z &= \sum_{m \in M} \alpha_m f_m(x) \end{aligned} \tag{3.15}$$

É possível observar que a Função Objetivo (3.15) pode ser obtida a partir da soma ponderada das Funções Objetivo (3.14), onde:  $M$  é o conjunto que representa os objetivos do problema e suas respectivas funções  $f_m(x)$ ,  $m \in M$ ; e,  $\alpha_m$  representa os pesos associados a cada função objetivo  $m \in M$ . Como os pesos  $\alpha_m$  são utilizados de maneira normalizada, ou seja,  $0 \leq \alpha_m \leq 1, \forall m \in M$ , o somatório de todos deve ser igual a 1.

No entanto, deve-se considerar que os resultados obtidos por esta abordagem podem ser fortemente dependentes dos valores de  $\alpha_m$ . Diante disso, como em problemas

de otimização a localização do ponto mínimo depende dos valores de  $\alpha_m$  e das unidades nas quais essas funções são expressas, todas as funções objetivo devem ser expressas em unidades de valor numérico similar, caso a intenção seja que esses pesos reflitam a importância de cada objetivo (Osyczka, 1978).

Para Marler e Arora (2010) este método continua sendo muito utilizado, não apenas para fornecer vários pontos de solução variando os pesos de forma consistente, mas também na tentativa de fornecer um único ponto de solução que reflita as preferências incorporadas na seleção de um conjunto de pesos. Diferente do método do  $\epsilon$ -Constraint, a utilização da soma ponderada é aconselhável no tratamento de problemas cujo espaço viável das funções objetivo é convexo. Enquanto a variação dos pesos utilizados como soma ponderada da função objetivo resultante (mono-objetivo) garante a obtenção das soluções ótimas de Pareto para este tipo de problema (convexo), para problemas não-convexos ou côncavos não há garantia que se obtenha alguma solução ou que a curva de Pareto seja bem distribuída (Osyczka, 1984).

A principal vantagem do método da soma ponderada é a simplicidade de aplicação do mesmo. Entretanto, como desvantagem, é preciso destacar a impossibilidade de garantir que a Fronteira de Pareto forneça uma boa área de cobertura para o problema, uma vez que não é possível confirmar se as soluções ótimas de Pareto encontradas permeiam as demais soluções eficientes do problema, visto que o método fornece apenas uma aproximação linear da função de preferência (Marler e Arora, 2010).

### 3.2.2 *Abordagens Heurísticas*

A busca por soluções eficientes para problemas de otimização com múltiplos objetivos não se trata de uma tarefa trivial, especialmente quando tais problemas são retratados por meio de funções não-lineares ou descontínuas. Como as aplicações mais realistas desses problemas envolvem muitas dimensões, torna-se necessário aprimorar os métodos de solução utilizados, no intuito de obter soluções mais rapidamente e menos custosas sob o ponto de vista computacional, ainda que elas sejam próximas, mas não façam parte do Pareto Ótimo de um problema.

Neste sentido, têm-se percebido, nas últimas décadas, um interesse especial pelas heurísticas e metaheurísticas. As heurísticas constituem uma classe de algoritmos utilizadas na busca por soluções aproximadas que almejam a obtenção de soluções satisfatórias que não demandem percorrer todo o espaço de soluções de proporções exponenciais. Ou seja, as heurísticas podem evitar que seja realizada uma enumeração

completa (como em grande parte dos métodos exatos), o que demanda um elevado esforço computacional, e ainda são capazes de atender àqueles que não necessitam da solução otimizada, mas apenas uma solução próxima dela (Veldhuizen e Lamont, 2000; Grandi, 2003).

Existem diversos tipos de heurísticas, sendo que as mais presentes na literatura são as construtivas e de busca local. As heurísticas construtivas, como seu nome indica, tratam-se de métodos que constroem, passo a passo, uma solução a partir de dados do problema. Tais métodos são capazes de fornecer soluções rápidas e de qualidade modesta, contudo, com baixa complexidade computacional (Silver, 2004; Mele *et al.*, 2021).

Já as heurísticas de busca local ou busca em vizinhança são procedimentos utilizados para melhorar uma solução viável, em geral, obtida por uma heurística construtiva. A partir de uma solução viável, a ideia é melhorá-la iterativamente movendo-a repetidamente para a melhor solução viável na vizinhança. Vale destacar, contudo, que também existem heurísticas que permitem o movimento para soluções inviáveis por um certo número de passos antes de restaurá-las, como proposto por Wang *et al.* (2018) e Zhou *et al.* (2019).

De maneira geral a busca local mapeia a vizinhança de uma solução viável por meio de um critério aleatório ou combinatório, com isso, é preciso que haja uma definição de vizinhança. Sendo assim, pode-se dizer que uma solução faz parte da vizinhança de outra se ela puder ser obtida adicionando ou excluindo uma facilidade ou, então, alterando a localização de uma instalação (Korupolu *et al.*, 2000). Por se tratar de um método mais flexível, ele é capaz de resolver uma grande diversidade de problemas.

As metaheurísticas, por sua vez, podem ser definidas como processos de geração iterativos que orientam e modificam operações de heurísticas subordinadas por meio de uma combinação inteligente de diferentes conceitos para explorar o espaço de busca e produzir soluções de alta qualidade com eficiência (Osman e Laporte, 1996; Voß *et al.*, 2012). Elas costumam utilizar estratégias de aprendizado com o objetivo de estruturar informações e encontrar soluções eficientes e próximas do ideal. Com isso, tais algoritmos criam um equilíbrio entre a intensificação e a diversificação da busca (Gogna e Tayal, 2013).

Com a introdução de metaheurísticas, termo criado por Glover (1986), o desenvolvimento de heurísticas especializadas do zero (processo que demanda um grande esforço) para resolver problemas complexos de otimização combinatória abriu espaço para a adaptação das mesmas a um determinado problema ou classe de problemas

(Gendreau e Potvin, 2005). O objetivo principal desse método é evitar as desvantagens provenientes da melhoria iterativa e, especialmente, a descida múltipla. Seja por meio da permissão de piora de movimentos ou pela geração de novas soluções iniciais de maneira mais inteligente (fugindo de simples soluções iniciais aleatórias), as metaheurísticas possibilitam que o método de busca local escape dos ótimos locais de baixa qualidade (Stützle, 1998).

Mesmo com a utilização de tais ferramentas não há garantia de que as melhores soluções possam ser encontradas. Com isso, a ideia da metaheurística é fornecer um algoritmo eficiente e prático, que funcione a maior parte do tempo e seja capaz de produzir soluções de boa qualidade. E, embora não haja garantia de otimização, espera-se que entre as soluções de qualidade encontradas possam haver soluções sub-ótimas (Yang, 2011).

Neste contexto, têm se destacado nas últimas décadas a utilização de métodos evolutivos, que se baseiam em princípios e modelos de evolução biológica, especialmente em função de sua simplicidade conceitual e versatilidade na resolução de problemas realísticos (Fonseca e Fleming, 1995; Deb, 2001). Analogamente ao processo de evolução natural apresentado por Darwin, que representa a sobrevivência dos mais aptos, os algoritmos evolutivos lidam com um conjunto de potenciais soluções que competem entre si rumo à solução ótima. Quanto mais essas soluções conseguem se adaptar, maior nível de sucesso elas obtém.

Coello *et al.* (2007) destacam o *Vector Evaluated Genetic Algorithm* (VEGA), proposto por Shaffer (1985) como o primeiro algoritmo evolutivo aplicado à solução de problemas multiobjetivo. Posteriormente, outros algoritmos foram propostos com o intuito de resolver esse tipo de problema, entre eles: o *Weight Based Genetic Algorithm* – WBGA (Hajela e Lin, 1992), o *Multiple Objective Genetic Algorithm* – MOGA (Fonseca e Fleming, 1993), o *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* – NSGA (Srinivas e Deb, 1994), o *Niched-Pareto Genetic Algorithm* – NPGA (Horn *et al.*, 1994), o *Multiobjective Simulated Annealing* – MOSA (Ulungu *et al.*, 1998), o *Thermodynamical Genetic Algorithm* – TDGA (Kita *et al.*, 1996), o *Strenght Pareto Evolutionary Algorithm* – SPEA (Zitzler e Thiele, 1998), o *Pareto-Archived Evolutionary Strategy* – PAES (Knowles e Corne, 1999), o *Pareto Envelope-Based Selection Algorithm I* – PESA-I (Corne *et al.*, 2000), o *Pareto Envelope-Based Selection Algorithm II* – PESA-II (Corne *et al.*, 2001) e o *Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* – NSGA-II (Deb *et al.*, 2002).

Vários desses algoritmos já foram aplicados à problemas multiobjetivo de localização de serviços de emergência (de pequena ou grande escala). No entanto, um deles em especial tem se mostrado bastante eficiente nesta área de pesquisa, o NSGA-II (Narzisi *et al.*, 2006; Saadatseresht *et al.*, 2009; Cheng e Liang, 2014; Wang *et al.*, 2016; Babaei e Shahanaghi, 2017; Guimarães e Martins, 2018; Memari *et al.*, 2018; Vahdani *et al.*, 2018a; Vahdani *et al.*, 2018b). A literatura mostra, ainda, que o NSGA-II tem tido seus resultados comparados a outros métodos, como o MOSA e o GRASP, para diversos problemas (Niakan *et al.*, 2016; Cheraghalipour *et al.*, 2018; Tirkolae *et al.*, 2019; Antunes *et al.*, 2014; Psychas *et al.*, 2015; Camara *et al.*, 2018). Frente a isso, optou-se por sua utilização, aplicado ao problema contemplado nesta tese. Diante disso, na sequência são apresentados alguns fundamentos e conceitos NSGA-II.

### 3.2.2.1 *Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)*

O Algoritmo Genético (AG) é um método de busca heurística adaptativa baseado em populações que faz parte de uma classe de algoritmos evolutivos inspirados na biologia evolutiva. Tal algoritmo é iniciado com um conjunto de soluções chamado de população, no qual uma solução é representada por um cromossomo (estrutura finita, como um vetor ou uma matriz, que contém as informações genéticas do indivíduo). O tamanho da população, que é definido como parâmetro de entrada, deve ser preservado ao longo das gerações. Além disso, a cada geração, a aptidão de cada cromossomo é avaliada e, em seguida aplica-se o operador de seleção, que seleciona probabilisticamente os indivíduos para a próxima geração a partir dos seus valores de aptidão, seguindo os preceitos do operador de elitismo (Goldberg e Holland, 1988; Kumar *et al.*, 2010).

Por meio do operador de cruzamento, também conhecido por operador de recombinação ou *crossover*, os indivíduos (pais) selecionados para reprodução geram descendentes (filhos) para a próxima geração. Tal procedimento simula a reprodução sexuada dos indivíduos de uma espécie, por meio da troca de informações contidas em representações genéticas de cromossomos existentes, atribuindo aos filhos características dos pais (Konak *et al.*, 2006). Uma outra maneira de introduzir diversidade genética à população se dá por meio do operador de mutação, que é introduzido aleatoriamente, possibilitando que alguns indivíduos da nova geração adquiriram características diferentes daquelas herdadas dos pais. Apesar dos benefícios proporcionados pela mutação, Deb (2001) recomenda que, por se tratar de um operador genético secundário, a taxa de mutação seja pequena, assim como acontece na genética natural. Por fim, o

processo de evolução é repetido até que a condição final seja satisfeita (Kumar *et al.*, 2010).

A Figura 3.4 representa uma estrutura básica do mecanismo de um algoritmo genético ao longo de uma geração.

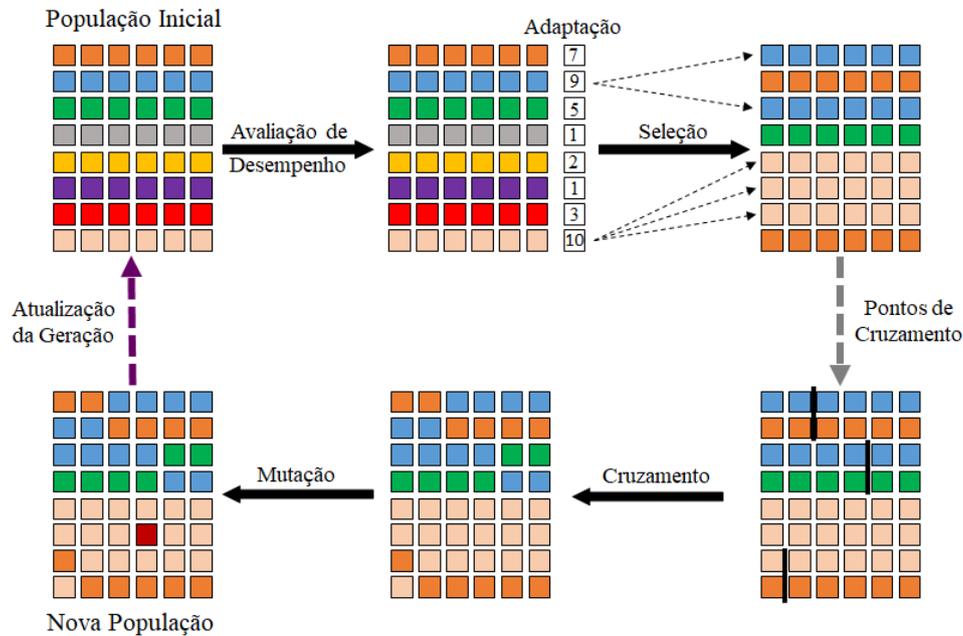


Figura 3.4: Representação geral do mecanismo de um algoritmo genético

Um dos AG multiobjetivo mais conhecidos, o NSGA-II, faz uso do operador de elitismo no intuito de melhorar o desempenho do algoritmo, preservando os indivíduos mais bem-conceituados de cada geração e transferindo-os automaticamente para a próxima. Tal método, proposto por Deb *et al.* (2002), trata-se de uma extensão do NSGA original, ao qual foi agregado um ordenamento elitista por não-dominância.

Como os demais algoritmos genéticos, o NSGA-II ocupa-se de um conjunto de possíveis soluções chamadas de população, onde cada solução é um indivíduo. Segundo Deb *et al.* (2002), ele trabalha com uma população pai  $P$  para gerar uma população filha  $Q$ . Na primeira geração, uma população pai aleatória  $P_0$  é criada e a mesma deve ser ordenada. O número de filhos da população ( $Q_t$ ) é gerado com base na população de pais ( $P_t$ ). Em seguida, essas duas populações são integradas, dando origem a população  $R_t$ , como se pode observar na Figura 3.5.

Na Figura 3.5 pode-se notar, ainda, que o NSGA-II utiliza dois importantes critérios de classificação: por dominância (*Non-dominated sorting*) e por distância de multidão (*Crowding distance sorting*). No primeiro critério, a classificação é realizada

com base no conceito de dominância. Para classificar a população não-dominada, cada solução deve ser comparada, em um primeiro momento, com outras soluções, de modo que se determine se ela é dominante ou não-dominante (Vahdani *et al.*, 2018b). Com isso, pode-se dizer que um indivíduo  $x_1$  domina outro indivíduo  $x_2$  se as duas condições a seguir forem verificadas: i) todas as funções objetivo de  $x_1$  não são piores que de  $x_2$ ; e, ii)  $x_1$  é estritamente melhor que  $x_2$  em pelo menos uma função objetivo (Yahia *et al.*, 2015).

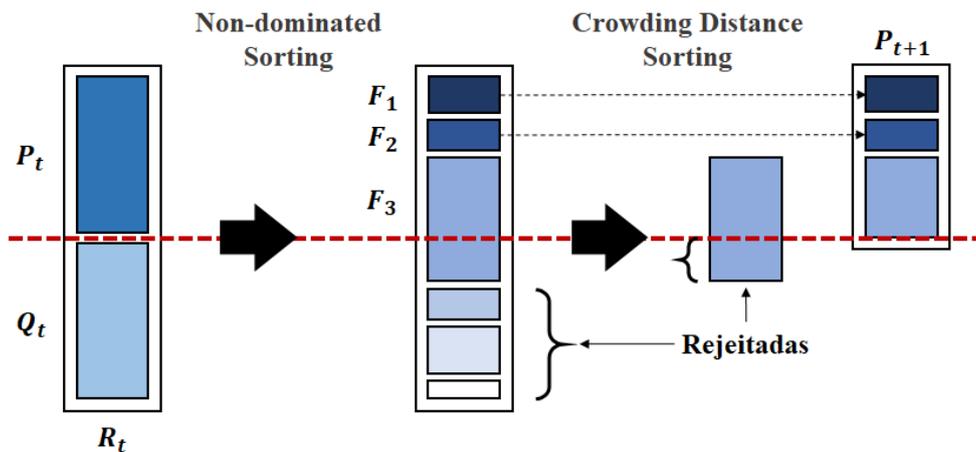


Figura 3.5: Representação dos operadores do NSGA-II  
 Fonte: Adaptado de Deb *et al.* (2002)

Logo, cada solução tem um valor de aptidão igual ao seu nível de não-dominância, sendo que 1 é o melhor nível, 2 é o segundo melhor nível e assim por diante. Isso significa que todos os indivíduos não dominados por outros indivíduos recebem o número de frente 1, conforme pode ser identificado pelo F1 da Figura 3.5, enquanto os indivíduos dominados apenas por indivíduos de número de frente 1, recebem o número de frente 2, e assim por diante. Então, um operador de seleção por torneio deve ser aplicado para selecionar o indivíduo com o menor número de frente, caso os indivíduos apresentem número de frente diferentes (Deb *et al.*, 2002).

No entanto, se os números de frente forem iguais, deve-se utilizar o segundo critério de classificação (distância de multidão), selecionando o indivíduo com a maior distância de multidão (*crowding distance*). Tal critério é usado para medir a densidade de soluções em torno de determinada solução na população disponível. Como a distância média de uma solução em relação às demais é calculada com base na função objetivo, quanto maior seu valor, melhor ela será. Com isso, uma aptidão mais alta é atribuída a

indivíduos localizados em uma parte pouco povoada da frente (Murugan *et al.*, 2009; Vahdani *et al.*, 2018b).

Aplicando-se os operadores de seleção por torneio, cruzamento e mutação, a população filha  $Q_0$ , de tamanho igual ao de  $P$ , é obtida. Então, ambas são reunidas em um conjunto  $R_0$ , onde pais e filhos competem entre si para a inclusão na próxima geração. Para as  $n$  gerações seguintes o algoritmo NSGA-II trabalha com a reprodução  $R_n$ , realizando um ordenamento por não-dominância sobre a  $t$ -ésima geração de  $R_t$ , onde obtém-se as fronteiras  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ , que são inseridas na nova população  $P_{n+1}$ . Dado que somente  $N$  soluções podem ser inseridas, outras  $N$  soluções de  $R_n$  devem ser descartadas, de modo a inserir primeiramente as soluções em  $F_1$ , em seguida em  $F_2$  e assim por diante (Figura 3.5). Enquanto  $P_{n+1} + |F_i| \leq N$ , cada conjunto  $F_i$  deve ser inserido em sua totalidade em  $P_{t+1}$ . Ao inserir  $F_j$ , tal que  $|F_j| > N - P_{n+1}$ , o algoritmo deve escolher as soluções de  $F_j$  que estejam melhor espalhadas (Deb *et al.*, 2002; Vahdani *et al.*, 2018b).

A principal vantagem do NSGA-II tange à maneira como ele mantém a diversidade entre as soluções não-dominadas. Quanto à complexidade computacional, observa-se que o algoritmo do NSGA-II apresenta complexidade de ordem  $\mathcal{O}(MN^2)$  (Deb *et al.*, 2002). Um ponto negativo desse algoritmo, no entanto, diz respeito ao tamanho do conjunto  $F_1$ . Caso esse conjunto seja maior que  $N$ , o processo de escolha de  $N$  soluções por meio do *crowding distance* pode fazer com que soluções potenciais sejam perdidas. A maneira de corrigir tal questão consiste na aplicação de um algoritmo de corte para o NSGA-II, fazendo com que o mesmo entre em um ciclo de gerar soluções ótimas de Pareto e não ótimas de Pareto até finalmente convergir para um conjunto de soluções ótimas de Pareto (Deb, 2001).

### 3.3 Métricas de Desempenho para Avaliação dos Métodos de Solução

É possível observar uma recente popularização do uso de algoritmos evolutivos aplicados a resolução de problemas de otimização, especialmente em função do seu mecanismo de solução de problemas. Geralmente cria-se uma população de soluções aleatórias para determinado problema e, de acordo com um número pré-definido de etapas, tenta-se evoluir essa população para alcançar resultados de maior qualidade. Diante disso, as técnicas de tais métodos têm sido aplicadas a problemas reais das mais diversas áreas de estudo (Das e Suganthan, 2010).

No entanto, o grande número de aplicações práticas sobre o método na literatura também pode indicar que não existe uma técnica de otimização que seja mais adequada para resolver todos os problemas de otimização, ou seja, um algoritmo muito bom para um conjunto específico de problemas pode fornecer um desempenho muito ruim em outros (Ho e Pepyne, 2002). Neste sentido, as métricas de desempenho se mostram como uma solução que quantifica o desempenho de algoritmos de otimização, permitindo que diferentes algoritmos sejam comparados quantitativamente, medindo o desempenho dos algoritmos evolucionários sob diferentes perspectivas (Mirjalili e Lewis, 2015).

Diferente da otimização de um único objetivo, onde a qualidade de uma solução aproximada pode ser avaliada de maneira simples por meio da diferença relativa entre os valores da solução heurística e da solução ótima, em espaços de busca multiobjetivos, tal avaliação do conjunto Pareto-ótimo já não é tão trivial. Nesse caso, duas soluções são comparadas em relação a cada um dos objetivos do problema e uma solução somente é considerada melhor do que outra solução (domina) se, e somente se, apresentar função objetivo melhor ou igual em todos os objetivos, além de fornecer um valor melhor em pelo menos uma das funções objetivo (Pareto, 1964; Mirjalili e Lewis, 2015). Zitzler *et al.* (2000) destacam, no entanto, que a comparação entre as diferentes técnicas de otimização e seus respectivos resultados pode ser realizada a partir de diferentes métricas de performance.

Como não existe uma medida simples capaz de atestar a qualidade de um conjunto de soluções aproximadas em relação ao Pareto-ótimo, deve-se traçar alguns objetivos que facilitem a análise da qualidade da solução. Neste sentido, os principais objetivos considerados na literatura são: i) a convergência, ou seja, a distância mínima entre as soluções não-dominadas obtidas e a Fronteira de Pareto; ii) a uniformidade, já que se deseja que ocorra uma distribuição uniforme das soluções não-dominadas; e iii) o *spread*, uma vez que o espalhamento das soluções não-dominadas deve ser maximizado e representativo em relação à Fronteira de Pareto (Li e Zheng, 2009; Li *et al.*, 2008; Zitzler *et al.* 2000).

Vale destacar, contudo, que nem sempre o Pareto Ótimo do problema é conhecido. Diante da ausência do Pareto Ótimo, então, as comparações das métricas de desempenho podem ser realizadas entre os resultados obtidos por dois ou mais métodos de solução heurísticos. A seguir, são apresentadas algumas das métricas de desempenho mais utilizadas na literatura (Abraham e Jain, 2005; Barbosa *et al.*, 2010; Coello *et al.*, 2007; Deb, 2001; Zitzler *et al.*, 2003).

### 3.3.1 Error Ratio

O *Error Ratio* ( $ER$ ) trata-se de uma métrica de desempenho de convergência proposta por Van Veldhuizen e Lamont (1999) que indica o percentual de soluções de um conjunto  $P'$  que não pertencem ao conjunto  $P^*$ , ou seja, que não são membros do Pareto Ótimo (Pulido e Coello, 2003). Sabendo que  $P^*$  é o conjunto que representa o Pareto Ótimo e que  $P'$  é o conjunto de solução não-dominadas obtidas para comparação, tal taxa pode ser calculada a partir da Equação (3.16):

$$ER = \frac{\sum_{p \in P'} x_p}{NP} \quad (3.16)$$

Onde:

- $NP$  é o número de elementos do conjunto  $P'$  ( $NP = |P'|$ ); e,
- $x_p$  são variáveis binárias que recebem 0 se  $p \in P^*$  e 1, caso contrário.

O resultado desejado para tal métrica é  $ER = 0$ , uma vez que isso significa que todas as soluções comparadas pertencem ao Pareto Ótimo ou o conjunto  $P'$  é o próprio Pareto Ótimo ( $P' \subseteq P^*$ ). De maneira similar,  $ER = 1$  indica que nenhuma das soluções do conjunto  $P'$  pertencem ou são coincidentes com Soluções Ótimas de Pareto ( $P' \not\subseteq P^*$ ). Pode-se concluir, então, que algoritmos mais eficientes são aqueles que apresentam os menores valores possíveis para essa métrica, visto que quanto menor for o valor de  $ER$ , melhor é a aproximação das verdadeiras soluções ótimas de Pareto (Mirjalili e Lewis, 2015).

### 3.3.2 Generational Distance

A *Generational Distance* ( $GD$ ) trata-se de outra métrica de desempenho de convergência que tem como objetivo representar quantitativamente a distância euclidiana média entre um conjunto de soluções não-dominadas  $P'$  e o conjunto  $P^*$  que representa o Pareto Ótimo (Van Veldhuizen e Lamont, 1999).

Tal métrica pode ser calculada a partir da Equação (3.17):

$$GD = \frac{\sum_{p \in P'} dP_p}{NP} \quad (3.17)$$

Sendo que:

$$dP_p = \sqrt{\sum_{n=1}^N [f_n(p) - f_n(p^*)]^2} \quad (3.18)$$

Onde:

- $dP_p$  representa a menor distância Euclidiana, no espaço de soluções, entre cada ponto  $p \in P'$  e o ponto correspondente mais próximo  $j: j \in P^*$ ; e,
- $NP$  é o número de elementos do conjunto  $P'$  ( $NP = |P'|$ ).

Pulido e Coello (2003) destacam que um valor de  $GD = 0$  sugere que todos os elementos gerados fazem parte do Pareto Ótimo. Vale ressaltar, no entanto, que essa métrica também pode ser utilizada para comparar dois conjuntos de soluções não-dominadas que não sejam, necessariamente, correspondentes ao Pareto Ótimo, onde os algoritmos mais eficientes apresentam os menores valores possíveis para  $GD$ .

### 3.3.3 Hypervolume

A métrica *Hypervolume* ( $HV$ ), proposta por Zitzler e Thiele (1999), é amplamente utilizada na comparação de conjuntos de soluções não-dominadas, mesmo que nenhum destes conjuntos represente o Pareto Ótimo. Zitzler *et al.*, (2007) destacam que a utilização dessa métrica tem recebido cada vez mais atenção nos últimos anos, especialmente em função de dois aspectos: i) ela se mostra sensível a qualquer tipo de melhoria, ou seja, sempre que um conjunto de aproximação A domina outro conjunto de aproximação B, a medida gera um valor de qualidade estritamente melhor para o primeiro do que para o último conjunto; e, ii) garante que qualquer conjunto de aproximação A que atinja o valor de qualidade máximo possível para um problema específico contenha todos os conjuntos de Pareto Ótimos.

De maneira geral, o resultado de  $HV$ , calculado individualmente para cada um dos conjuntos em comparação, mensura o “tamanho do espaço coberto” pelas soluções (que pode representar uma área ou volume) em relação à um ponto referencial, também chamado de *Nadir* ou *Nadir Point* (ver Figura 3.6). Quando dois ou mais conjuntos de soluções não-dominadas são comparados, os melhores resultados são representados pelo maior valor obtido para a métrica  $HV$  (Baños *et al.*, 2013). No caso da Figura 3.6, pode-se observar que, pela métrica  $HV$ , o conjunto  $P'$  apresenta melhores resultados que o conjunto  $P''$ , pois possui um maior volume (maior área coberta).

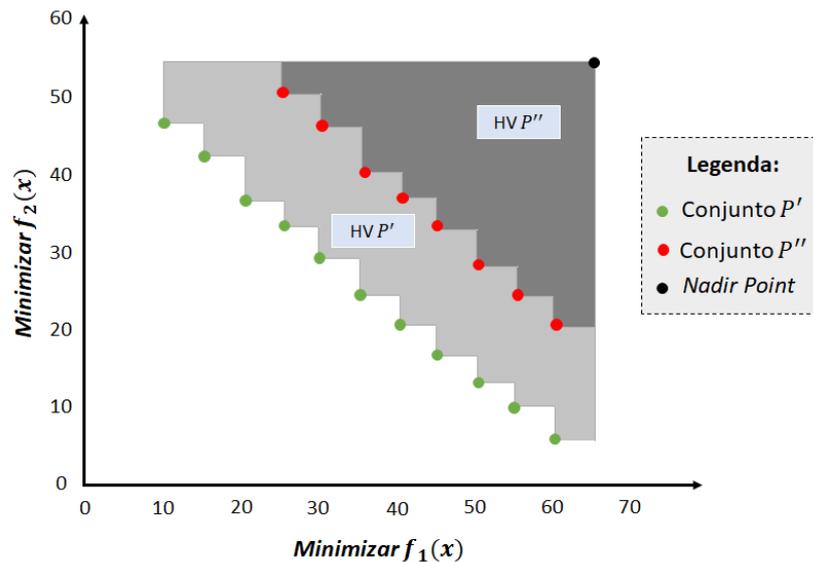


Figura 3.6: Representação do  $HV$  para dois conjuntos

### 3.4 Considerações Finais

Neste capítulo evidenciou-se os principais conceitos relacionados às formulações matemáticas com múltiplos objetivos, com ênfase na aplicação em problemas que envolvam localização de serviços de emergência em saúde. Foram detalhadas as principais abordagens, exatas e heurísticas, para solução de problemas multiobjetivo. Como o *trade-off* existente entre os objetivos possibilita que múltiplas soluções eficientes (Pareto Ótimo) possam ser definidas, torna-se necessária a utilização de métricas de desempenho que avaliem se tais resultados foram alcançados frente a aplicação de métodos heurísticos (heurísticas e metaheurísticas).

Diante disso, com o objetivo de solucionar o Problema Multiobjetivo de Localização de Bases de Veículos de Resgate, que será apresentado no próximo capítulo, optou-se pelo método  $\epsilon$ -Constraint para aplicação de uma abordagem exata e por abordagens heurísticas que contemplam aplicação de duas versões da metaheurística NSGA-II (em sua versão original e com adaptações propostas para adequação ao problema estudado), bem como a construção de diferentes versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade. A avaliação do desempenho desses métodos foi realizada por meio da aplicação da métricas de desempenho *Hypervolume*, descrita na Seção 3.3.

## 4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA E PROPOSTA DOS MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Conforme apresentado no Capítulo 1, o Problema de Localização de Bases de Veículos de Resgate visa a localização de instalações de EMS, com sua respectiva alocação a setores censitários, frente a um conjunto de possíveis locais e registros de ocorrências que precisam ser atendidas. Esse problema possui características do problema de localização de máxima cobertura apresentado no Capítulo 2.

Diante dessas características, a modelagem matemática desenvolvida neste capítulo considera uma estratégia multiobjetivo que visa a maximização do atendimento à demanda (população residente e ocorrências registradas nos setores censitários) e a minimização do número de bases utilizadas. Assim, este capítulo apresenta, ainda, as diferentes propostas de solução para o problema utilizando os métodos  $\epsilon$ -Constraint, uma versão original do algoritmo evolutivo NSGA-II (Deb *et al.*, 2002), outra versão do NSGA-II com adaptações propostas para adequação ao problema estudado e, por fim, três versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade.

### 4.1 Modelo Matemático Multiobjetivo Proposto

O PLBDVR de uma forma geral visa determinar, dentre um conjunto de bases candidatas, quais devem ser utilizadas para atender a demanda de ocorrências de emergência de determinada área. As ocorrências podem ser divididas em duas classes, de acordo com a natureza da chamada: i) ocorrências Tipo 1, referentes a atendimentos gerais (doença, mal súbito, incêndio, quedas, entre outras); e ii) ocorrências Tipo 2, relacionadas a acidentes de trânsito. Apesar dos dois tipos de ocorrências serem consideradas no modelo, acredita-se que a diferenciação entre elas seja relevante, uma vez que Ferrari *et al.* (2019) destaca que, ao analisar as possíveis variáveis explicativas para as Ocorrências Tipo 2, aquelas relacionadas à velocidade de fluxo na via mostram-se entre as mais relevantes, o que não se espera quando se analisa variáveis explicativas para as Ocorrências Tipo 1.

Quanto às bases de veículos de resgate, suas principais características estão associadas à capacidade e à cobertura de atendimento. Quanto à capacidade, cada base possui uma quantidade máxima de pessoas que pode atender, que varia de acordo com o número de veículos de resgate alocado a ela. Já a cobertura está relacionada à área de atendimento de cada base e refere-se ao conjunto de setores censitários (ou qualquer outra

unidade territorial adotada) que essa base pode atender, o que pode ser limitado, por exemplo, pelo tempo de resposta do sistema.

Feitas essas observações, foram consideradas as seguintes premissas para o desenvolvimento do modelo matemático: i) as bases selecionadas para atender as áreas de demanda por EMS devem ser escolhidas a partir de um conjunto de pontos candidatos pré-estabelecidos; ii) a utilização de uma determinada base de veículos de resgate deve estar associada à cobertura da demanda; iii) a quantidade máxima de bases e de veículos disponíveis para atendimento deve ser conhecida previamente; iv) cada base apresenta uma capacidade física limitada, que é definida de acordo com o número de veículos de resgate que ela comporta, a qual deve ser respeitada (não é possível alocar um número de veículos maior do que a capacidade da base); e v) cada base possui uma área de cobertura, que pode ser definida como o conjunto de unidades territoriais (nesse caso, setores censitários) que pode ser atendido de acordo com um critério de cobertura estabelecido, que deve ser respeitada.

Diante disso, seja  $I$  um conjunto que representa todos os pontos de demanda que necessitam de atendimentos;  $J$  um conjunto que representa todos os locais capazes de receber bases de veículos de resgate;  $B_i \subseteq J$  um conjunto que representa todas as bases (pré-existentes ou novas) que podem atender à um ponto de demanda  $i \in I$ , dado um padrão de cobertura preestabelecido; e  $E \subseteq J$  um conjunto que representa as bases de veículos de resgate pré-existentes.

Com base nessas definições, considere os parâmetros definidos a seguir:

- $\alpha_i$ : população do ponto de demanda  $i \in I$ ;
- $\beta_i$ : quantidade de ocorrências do Tipo 1 (em número de pessoas atendidas) na área de demanda  $i \in I$ ;
- $\gamma_i$ : quantidade de ocorrências do Tipo 2 (em número de pessoas atendidas) na área de demanda  $i \in I$ ;
- $P$ : quantidade total de veículos disponíveis para serem alocados às bases;
- $MAXP$ : quantidade máxima de veículos que cada base pode receber;
- $C$ : capacidade de cobertura/atendimento (em número de pessoas) de cada veículo de resgate;
- $\mu$ : quantidade máxima de pontos de demanda que uma base de veículos de resgate pode atender;

- $Q$ : quantidade mínima de bases pré-existentes que devem ser selecionadas para permitir que novas bases sejam abertas; e
- $N$ : quantidade máxima de novas bases que podem ser escolhidas.

Com isso, as variáveis de decisão utilizadas são as seguintes:

- $x_{ij} \in \{0,1\} \forall i \in I, j \in B_i$ . Se  $x_{ij} = 1$ , o ponto de demanda  $i \in I$  deve ser alocado à base de veículos de resgate  $j \in B_i$ , caso contrário,  $x_{ij} = 0$ ;
- $y_j \in \{0,1\} \forall j \in J$ . Se  $y_j = 1$ , a base  $j \in J$  deve ser aberta, caso contrário,  $y_j = 0$ ;
- $k \in \{0,1\}$ . Se  $k = 1$ , a quantidade mínima  $Q$  de bases pré-existentes foi satisfeita, caso contrário,  $k = 0$ ; e
- $z_j \in \mathbb{Z}^+ \forall j \in J$ . Variável inteira que representa a quantidade de veículos de resgate que deve ser alocada à uma base  $j \in J$ .

Em consonância com a descrição do problema apresentado e atendendo às premissas estabelecidas, o modelo matemático proposto para o Problema Multiobjetivo de Localização de Bases de Veículos de Resgate (PMLBVR) está descrito a seguir:

$$\text{Maximizar } z_1 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in B_i} (\alpha_i + \beta_i + \gamma_i) x_{ij} \quad (4.1)$$

$$\text{Minimizar } z_2 = \sum_{j \in J} y_j \quad (4.2)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in B_i} x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (4.3)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in I, j \in B_i \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in J} z_j \leq P \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \in I} \alpha_i x_{ij} \leq C z_j \quad \forall j \in B_i \quad (4.6)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq \mu \quad \forall j \in B_i \quad (4.7)$$

$$\frac{(\sum_{j \in E} y_j - Q)}{|E|} \leq k \leq \left\lceil \frac{(\sum_{j \in E} y_j - Q)}{|E|} \right\rceil + 1 \quad (4.8)$$

$$\sum_{j \in J \setminus E} y_j \leq Nk \quad (4.9)$$

$$C z_j - \sum_{i \in I} \alpha_i x_{ij} \leq C - 1 \quad \forall j \in B_i \quad (4.10)$$

$$z_j \leq MAXP \quad \forall j \in J \quad (4.11)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in B_i \quad (4.12)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (4.13)$$

$$k \in \{0,1\} \quad (4.14)$$

$$z_j \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in J \quad (4.15)$$

A Função Objetivo (4.1) maximiza a cobertura da população e dos pontos de demanda com maior número de ocorrências, sejam elas gerais (Tipo 1) ou relacionadas à acidentes de trânsito (Tipo 2), pelas bases de veículos de resgate. Vale destacar que a utilização dos pontos de demanda com ocorrências na função objetivo tem como finalidade não desconsiderar eventuais regiões com baixo número de habitantes, porém sujeitas a ocorrências de emergências médicas, como por exemplo as regiões rurais com presença de rodovias. Já a Função Objetivo (4.2) visa a minimização do número de bases abertas.

O conjunto de Restrições (4.3) garante que cada ponto de demanda deve ser atendido, no máximo, uma única vez por uma base. O conjunto de Restrições (4.4) garante que um ponto de demanda somente poderá ser atendido por uma base se esta estiver disponível para atendimento e for selecionada para abertura. Dessa forma, fica proibida a alocação de bases não selecionadas a pontos de demanda.

A Restrição (4.5) garante que a quantidade total de veículos de resgate alocados nas bases deve respeitar o valor limite definido. Sendo assim, essa restrição possibilita o rearranjo dos veículos entre as bases sem o risco de se utilizar mais veículos que o disponível. De maneira complementar, o conjunto de Restrições (4.6) garante que a capacidade de cada base, em quantidade de pessoas que podem ser atendidas, deve ser respeitada. Tal limite é definido pelo produto entre a quantidade de veículos alocado à determinada base e a quantidade de pessoas que cada veículo pode atender. Com isso, o cálculo da quantidade de pessoas associadas a cada veículo pode ser obtido pela divisão entre a população do município e o total de veículos disponíveis.

O conjunto de Restrições (4.7) garante que a quantidade máxima de pontos de demanda que cada base pode atender deve ser respeitada. A Restrição (4.8), por sua vez, garante que novas bases ( $j \in J \setminus E$ ) possam ser abertas quando o número mínimo  $Q$  de bases pré-existentes for alcançado. Assim, a variável binária  $k$  assume o valor 1 quando

o número de bases existentes for maior que  $Q$  e  $0$ , caso contrário. Já a Restrição (4.9) trabalha em conjunto com a restrição anterior, garantindo que, caso novas bases possam ser abertas, ou seja,  $k = 1$ , elas não devem ultrapassar um valor pré-definido  $N$ .

O conjunto de Restrições (4.10) garante que, para cada base, a quantidade de veículos utilizada seja a mínima necessária para realizar o atendimento da demanda designada a ela. Já o conjunto de Restrições (4.11) garante que o número máximo de veículos em cada base seja respeitado. Por fim, as Restrições (4.12), (4.13), (4.14) e (4.15) estão associadas ao domínio das variáveis de decisão do modelo matemático.

Comparando a modelagem matemática multiobjetivo proposta com a de Ferrari *et al.* (2018a), que aborda um estudo de caso real na cidade do Rio de Janeiro - Brasil, percebe-se que o modelo proposto diferencia-se, especialmente, por deixar de considerar como funções objetivo: i) a minimização da distância entre as bases e as áreas de demanda por atendimento; e ii) a minimização da penalidade por alocar pontos de demanda a bases fictícias, uma vez que não considera-se a possibilidade de um ponto de demanda ser atendido por uma base que não exista. Além disso, na modelagem proposta prezou-se por manter uma abordagem multiobjetivo do problema desde o processo de modelagem até a solução, deixando de ponderar os objetivos (o que transforma o problema em mono-objetivo para solução do mesmo).

Outra diferenciação proposta no modelo atual refere-se ao conjunto de Restrições (4.10), o qual foi inserido com o objetivo de garantir que não seja utilizado um número de veículos que supere o mínimo necessário para atender a demanda de determinada base, com isso garante-se que não haja desperdício de recursos.

## **4.2 Proposta dos Métodos de Solução**

Diante do modelo apresentado, a seguir é apresentada uma descrição dos métodos escolhidos para solucioná-lo, assim como as adaptações realizadas.

### *4.2.1 Método $\epsilon$ -Constraint*

A aplicação do método  $\epsilon$ -Constraint com o objetivo de determinar o Pareto Ótimo para o PMLBVR tem início com a escolha da função objetivo que deverá ser incorporada ao conjunto de restrições do modelo original (conforme pode ser observado na Figura 4.1). A revisão da literatura, apresentada no Capítulo 2, indica que a maximização da demanda coberta pode ser considerada como um dos aspectos mais relevantes para problemas que envolvam emergências médicas, como apontado por Church e ReVelle

(1974), Schilling *et al.* (1979), Daskin e Stern (1981), Hogan e ReVelle (1986), Batta *et al.* (1989), Goldberg *et al.* (1990), Galvão e ReVelle (1996), Gendreau *et al.* (1997), Aytug e Saydam (2002), Alsalloum e Rand (2006), Gendreau *et al.* (2006) e Yin e Mu (2012). Diante disso, a Função Objetivo (4.1) foi considerada a mais importante, com isso a Função Objetivo (4.2) foi adicionada às restrições do problema com o limitante  $\epsilon_{Z_2}$ , conforme indicado na Seção 3.2.1.1.

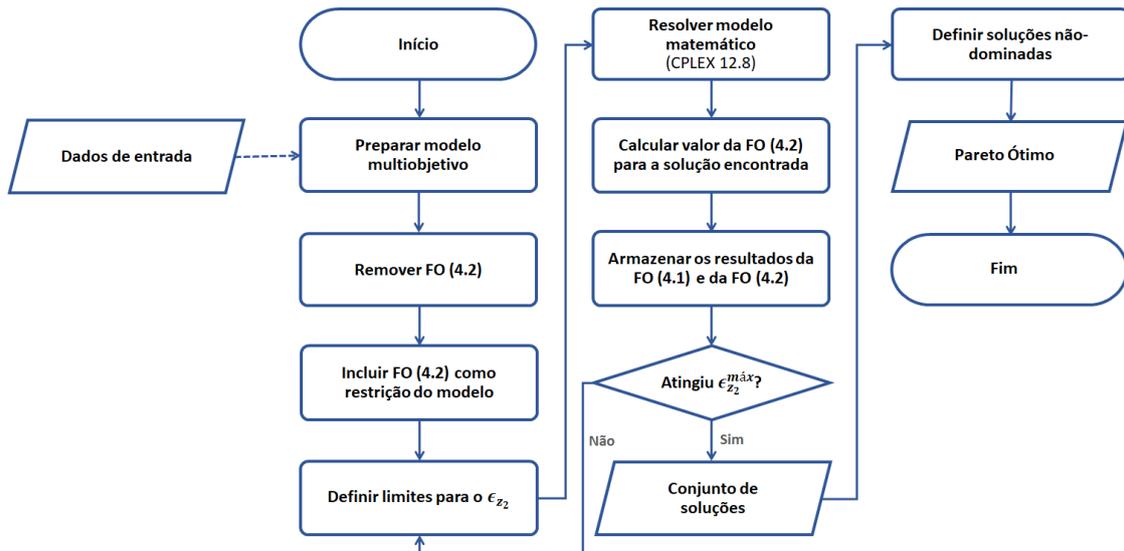


Figura 4.1: Fluxograma do  $\epsilon$ -Constraint para o PMLBVR

No intuito de garantir uma abordagem exata por meio da utilização do método  $\epsilon$ -Constraint, o passo definido para atualização dos limitantes  $\epsilon$  deve possibilitar a investigação de todo espaço de soluções. Para tanto, definiu-se que o intervalo (valores mínimo e máximo) para  $\epsilon_{Z_2}$  deve ser  $[1; |J|]$  e o passo adotado foi igual a 1. No entanto, o tamanho do passo pode ser maior que 1 em função do resultado obtido em uma iteração anterior do método, uma vez que, de acordo com Camara (2021), durante o processo de solução, o parâmetro  $\epsilon_{Z_2}$  pode ser atualizado de duas formas:

- i. quando a solução encontrada para uma iteração  $i$  é ótima, o valor do limitante  $\epsilon_{Z_2}$  para a iteração  $i + 1$  recebe a quantidade de bases selecionadas na última iteração (resultado encontrado na iteração  $i$ ) menos um; ou
- ii. quando a solução de uma iteração  $i$  é viável, ou seja, respeita o conjunto de restrições mas não possui garantia de otimalidade (porque foi finalizada, por exemplo, devido a um limite de tempo imposto), o valor do limitante  $\epsilon_{Z_2}$  para a iteração  $i + 1$  recebe o valor do limitante  $\epsilon_{Z_2}$  da iteração  $i$  menos um.

Como soluções viáveis podem ser encontradas durante o processo de otimização, porém sem garantia de otimalidade, ao término da execução do método exato, pode ser que o conjunto de soluções encontrado inclua algumas dominadas. Com isso, os critérios de dominância de Pareto devem ser aplicados ao fim do procedimento de otimização com a finalidade de definir o conjunto de soluções não-dominadas.

#### 4.2.2 Metaheurística NSGA-II – Versão Original

Nesta seção é apresentada uma aplicação da versão original do NSGA-II, proposta por Deb *et al.* (2002), para resolução do PMLBVR. A escolha de tal método se deu, especialmente, em função da utilização de elitismo, visto que apenas os indivíduos mais adaptados se mantêm vivos durante o processo de evolução, conforme apresentado na Seção 3.2.2.1. Além disso, considerou-se também a utilização das técnicas de classificação baseadas em não-dominância e distância de multidão para atribuição de aptidão física dos indivíduos. Assim, o fluxograma do procedimento de otimização estabelecido para a aplicação da versão original do NSGA-II ao PMLBVR está representado na Figura 4.2.

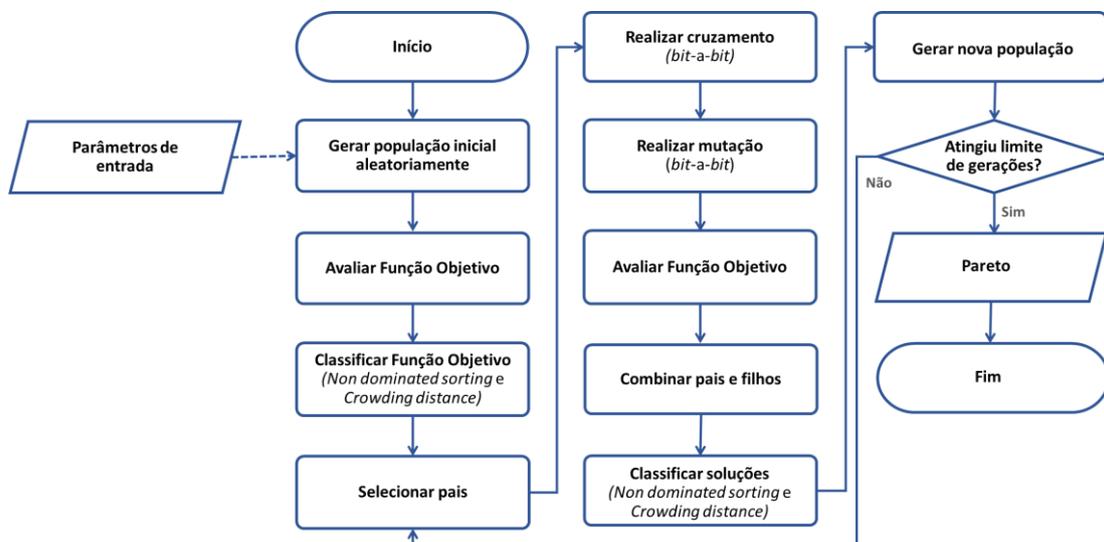


Figura 4.2: Fluxograma do algoritmo original do NSGA-II para o PMLBVR

A versão original do NSGA-II foi implementada para o PMLBVR seguindo todos os preceitos de Deb *et al.* (2002), sem alterações nos algoritmos e estruturas de dados disponibilizados pelos autores para problemas que envolvem variáveis binárias. Vale ressaltar que um indivíduo (solução), também chamado de cromossomo, tem sua estrutura composta por genes ou *bits* que representam as variáveis do problema.

Como apontado na Figura 4.2, a geração de população inicial é baseada em uma estratégia de aleatoriedade, o que não garante que os indivíduos gerados no início do processo sejam viáveis. Além disso, os operadores de cruzamento e mutação são realizados no formato *bit-a-bit* de acordo com as probabilidades definidas nos parâmetros de entrada. Diante disso, ao partir de um indivíduo inviável, com operadores atuando probabilisticamente, há grande chance de perpetuar a inviabilidade entre a população, resultando em mais dificuldades computacionais para o algoritmo ao longo do processo de busca.

Vale destacar, contudo, que a aplicação do NSGA-II a qualquer tipo de problema depende da definição de alguns parâmetros, sem os quais o algoritmo não funciona. São eles: i)  $p_s$ , que representa o tamanho da população; ii)  $n_g$ , que indica o número de gerações; iii)  $p_c$ , que equivale a probabilidade de cruzamento; e iv)  $p_m$ , que representa a probabilidade de mutação.

Diante da existência de tais parâmetros, que independem um dos outros, Li e Zhang (2009), Saadatesresht *et al.* (2009) e Martínez-Salazar *et al.* (2014), entre outros trabalhos presentes na literatura, indicam diferentes combinações de valores para eles. Tal situação ressalta a relevância da realização de um processo de calibração para cada problema estudado, buscando adequar o método.

#### 4.2.3 Adaptação da Metaheurística NSGA-II ao PMLBVR

Diante dos resultados obtidos com a calibração da versão original do NSGA-II, os quais serão detalhados na Seção 5.2, verificou-se que o algoritmo apresentou grandes dificuldades na geração de indivíduos viáveis e baixa diversidade de soluções, mesmo em instâncias de pequeno porte. Identificou-se, com isso, a necessidade de propor modificações na estrutura e nas estratégias adotadas pelo algoritmo, com o intuito de adequá-lo ao problema em questão e possibilitar a obtenção de melhores resultados.

Além da dificuldade na geração de uma população inicial com qualidade e garantia de viabilidade, observou-se também que, à medida que o tamanho das instâncias aumenta, os cromossomos crescem significativamente, uma vez que seu tamanho está diretamente relacionado à quantidade de variáveis binárias existentes no problema. Vale destacar que a quantidade de variáveis binárias no problema possui a ordem de grandeza  $|I| \times |J| + 2|J|$ . Esse crescimento acentuado do tamanho do cromossomo aumenta a possibilidade de gerar soluções inviáveis, além de impactar negativamente no esforço

computacional para resolver o problema, aumentando o tempo de execução demasiadamente e reduzindo a eficiência do algoritmo.

Frente a isso, optou-se pela implementação de mudanças na estrutura dos cromossomos, além de criar uma heurística direcionada à geração de uma população inicial com garantias de viabilidade das soluções. Foram propostas, também, novas estratégias para os operadores de cruzamento e mutação, específicas para o PMLBVR. A Figura 4.3 apresenta, então, o fluxograma que resume a aplicação da versão modificada da metaheurística NSGA-II proposta neste estudo.

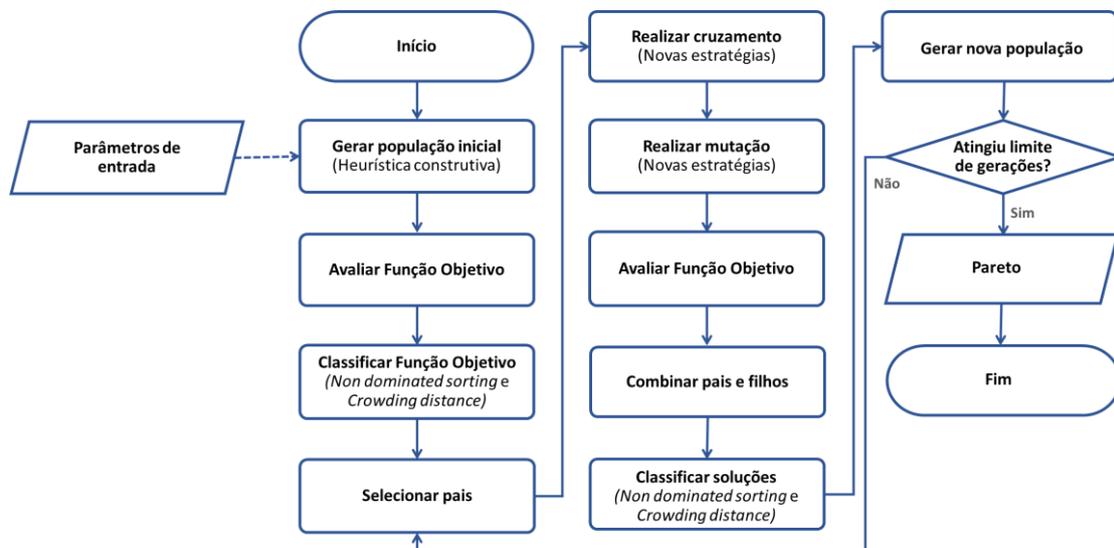


Figura 4.3: Fluxograma do algoritmo do NSGA-II modificado para o PMLBVR

#### 4.2.3.1 Mudanças na estrutura dos cromossomos

Como o PMLBVR inclui uma série de variáveis inteiras em sua formulação, apresentada na Seção 4.1, o principal objetivo de propor uma nova estrutura para a codificação dos cromossomos (indivíduos) é reduzir o tamanho dos mesmos, diminuindo o tempo de execução e melhorando a eficiência do algoritmo. A nova estrutura propõe um cromossomo de tamanho  $|I|$ , que representa o tamanho do conjunto de pontos de demanda (ver Figura 4.4).

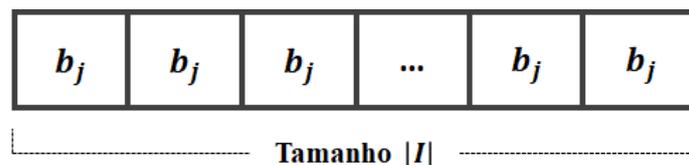


Figura 4.4: Estrutura genérica proposta para a codificação dos cromossomos

Na versão proposta, um cromossomo pode ser visto como um vetor que representa, de forma ordenada, os pontos de demanda por atendimento de emergência. Tal vetor armazena informações relativas a base que atende determinado ponto de demanda. A Figura 4.5 apresenta um exemplo fictício de cromossomo de tamanho  $|I| = 10$ . Considerando que neste exemplo cinco bases estão disponíveis para atender aos dez pontos de demanda existentes, o cromossomo fictício apresentado indica que o ponto de demanda 1 está sendo atendido pela base número 3. Essa mesma base ainda atende aos pontos de demanda 4 e 10.

Por sua vez, a base de veículos de resgate 1 atende aos pontos de demanda 5 e 6, enquanto os pontos de demanda 2, 3 e 8 são atendidos, respectivamente, pelas bases 5, 2 e 4. Ainda é válido mencionar que, quando um ponto de demanda não é atendido por nenhuma base, a posição correspondente do vetor recebe valor zero, como pode ser observado nos pontos de demanda 7 e 9.

Pontos de Demanda									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	5	2	3	1	1	0	4	0	3

Figura 4.5: Cromossomo fictício de tamanho  $|I| = 10$

Percebe-se que, ao aplicar a estrutura de codificação do cromossomo proposta, pode haver uma redução significativa do tamanho dos cromossomos. Considerando a instância fictícia da Figura 4.5, com  $|I| = 10$  e  $|J| = 5$ , a estrutura original de cromossomos do NSGA-II poderia resultar em indivíduos de tamanho 60, caso todas as bases pudessem atender a qualquer ponto de demanda. Com as modificações propostas, a mesma instância fictícia pode alcançar, no máximo, um cromossomo de tamanho 10.

No entanto, como o PMLBVR trata-se de um problema com aplicações reais, com características, que normalmente são de grande porte, o impacto dessa modificação tende a ser mais significativo. Para uma instância de grande porte, com  $|I| = 10.000$  e  $|J| = 100$ , por exemplo, um cromossomo original do NSGA-II poderia atingir o tamanho de 1.000.200 (todas as bases podem atender a todos os pontos de demanda). As modificações propostas possibilitam a redução do indivíduo ao tamanho máximo de 10.000, diminuindo consideravelmente o esforço computacional para seu processamento.

#### 4.2.3.2 Nova geração da população inicial

Quanto às mudanças propostas para gerar uma população inicial com garantia de viabilidade, optou-se pela utilização de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade. Nesse caso, todos os indivíduos gerados respeitam, necessariamente, todas as restrições do modelo matemático descrito na Seção 4.1. A aplicação de uma heurística nesta fase do algoritmo do NSGA-II tem como objetivo servir de ponto de partida, uma vez que fornece uma população inicial viável mas preserva a aleatoriedade e a diversidade do algoritmo, tendo em vista que geram soluções distintas.

A heurística foi implementada, basicamente, para a partir da seleção de uma quantidade de bases, realizar a verificação da capacidade de cada delas para prestar atendimento a determinado ponto de demanda que pertença a sua área de cobertura. Diversos aspectos foram considerados na implementação da mesma. Um exemplo disso é a possibilidade de expandir a capacidade de atendimento de determinada base. Com isso, a Figura 4.6 apresenta o fluxograma com os passos seguidos pela heurística construtiva baseada em aleatoriedade proposta para gerar a população inicial.

Inicialmente, a heurística define, de forma aleatória, a quantidade de bases que devem ser selecionadas para abertura. A partir de uma lista de bases candidatas, a cada iteração, uma base deve ser selecionada, também de maneira aleatória, até que a quantidade de bases selecionadas para serem abertas seja atingida. Caso existam demandas não cobertas que façam parte da área de cobertura da base “escolhida”, um desses pontos de demanda deve ser selecionado aleatoriamente e deve-se verificar se existe capacidade suficiente naquela base para atendê-lo.

Em caso de capacidade suficiente, o ponto de demanda é alocado à base selecionada e retirado da lista de demandas não cobertas. Caso não haja capacidade suficiente na base para atender aquele ponto de demanda, antes de descartá-lo, é feita uma verificação da possibilidade de ampliar a capacidade da base (aumentar o número de veículos naquela base), se a mesma possuir disponibilidade de alocação de novos veículos.

Em caso de resposta positiva, amplia-se a capacidade da base (adicionando mais um veículo) e, novamente, verifica-se se tal aumento de capacidade foi suficiente para atender à demanda do ponto. Se for suficiente, o ponto de demanda é alocado à base. No entanto, se não for possível ampliar a capacidade da base ou, ainda que a capacidade seja ampliada, tal aumento de capacidade não seja suficiente para cobrir a demanda selecionada, o ponto de demanda é removido da lista de possíveis atendimentos da base.

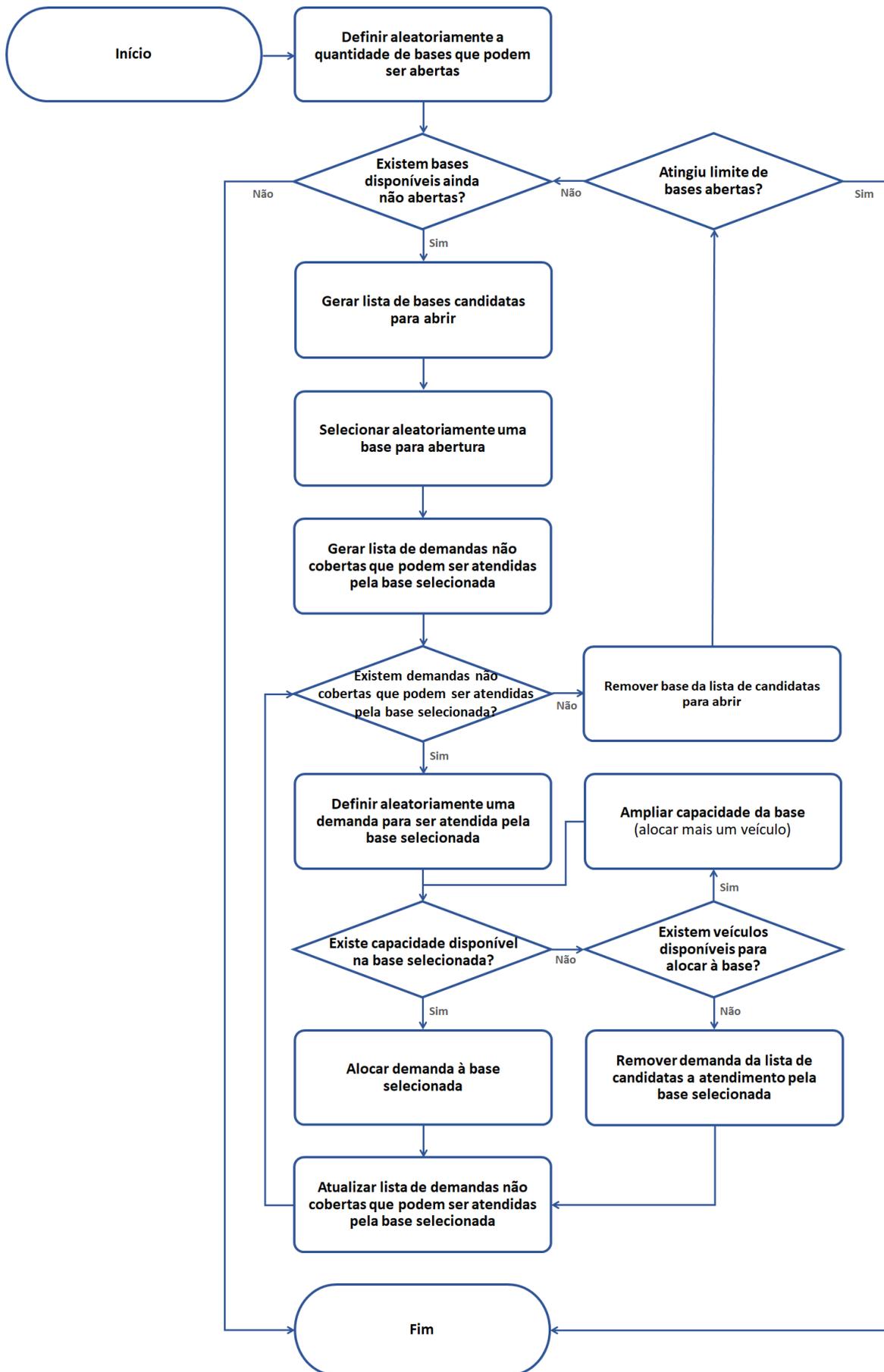


Figura 4.6: Fluxograma da geração de população inicial no NSGA-II modificado

Este procedimento é repetido enquanto houverem bases disponíveis para abertura na lista de bases candidatas. Com isso, espera-se conseguir um conjunto de soluções viáveis na população inicial que possibilite a obtenção de uma maior diversidade de soluções não-dominadas após as demais etapas do NSGA-II modificado. Os preceitos de garantia de viabilidade das soluções foram mantidos nas etapas seguintes do algoritmo. Com isso, diante da nova estrutura proposta para a codificação dos cromossomos, que armazena o número da base que atende determinada demanda, o operador de cruzamento original do algoritmo (bit-a-bit) tornou-se inviável.

#### 4.2.3.3 Nova estratégia para o operador de cruzamento

Como a troca indistinta de genes de dois pais durante o *crossover* pode tornar o filho inviável, optou-se por propor um processo de cruzamento onde as trocas genéticas ocorram de forma que a solução gerada mantenha a viabilidade para o problema original assim como os pais. Considerando duas soluções pai (*Pai 1* e *Pai 2*), as seguintes condições foram definidas para operacionalizar a aplicação ou não do operador de cruzamento: i) caso a demanda seja atendida pela mesma base nos dois indivíduos pais; ii) caso a demanda no *Pai 1* não seja atendida; iii) caso a demanda no *Pai 2* não seja atendida; e iv) caso a demanda seja atendida nos dois pais por bases diferentes. Assim sendo, considere as descrições abaixo:

**i) Demanda atendida pela mesma base nos dois indivíduos pais:** como o ponto de demanda é atendido pela mesma base nos dois indivíduos pais, não há troca entre os genes. O mesmo aconteceria se a demanda não estivesse sendo atendida em ambos os pais;

**ii) Demanda não atendida no *Pai 1*:** como a demanda no *Pai 1*, que é o responsável por fornecer a base das informações genéticas para o filho, não é atendida, verifica-se se há capacidade disponível para atender àquele ponto de demanda e, em caso positivo, realiza-se a troca de genes e o número da base que atende determinado ponto de demanda é atualizado. Caso não haja capacidade, faz-se uma nova verificação para saber se há possibilidade de ampliar a capacidade de atendimento de modo a cobrir aquela demanda. Nesse caso, se a base que estava atendendo a demanda no *Pai 2* já estiver sendo utilizada no *Pai 1* para atender a qualquer outro ponto de demanda e se houverem veículos suficientes para atender àquela demanda, a troca de genes também é realizada (atualiza-se a base no filho). No entanto, se a base não estiver sendo utilizada no *Pai 1*

ou não houverem veículos suficientes para serem acrescentados, não ocorre a troca de genes entre os indivíduos;

**iii) Demanda não atendida no *Pai 2*:** quando a demanda no *Pai 2* não é atendida, é feita uma verificação no cromossomo, de modo a garantir que aquela demanda só deixará de ser atendida no indivíduo filho se isso representar uma redução de, ao menos, um veículo na base que atendia aquela demanda no *Pai 1*. Sendo assim, um “prejuízo” na função objetivo que representa a cobertura da população só é aceitável mediante uma possível melhora na função objetivo que representa o número de bases usadas; e

**iv) Quando a demanda era atendida nos dois pais por bases diferentes:** tal condição é a que apresenta maior complexidade, uma vez que é preciso avaliar a viabilidade da mudança de atendimento de um ponto de demanda de uma base para outra. Nesse caso, se houver capacidade de atendimento do ponto de demanda na possível nova base, a troca de genes ocorre de maneira direta. No entanto, se não houver capacidade disponível, verifica-se se a possível nova base já está sendo utilizada no indivíduo. Caso não haja mais pontos de demanda sendo atendidos pela mesma base, a troca genética não deve ser realizada. Se a mesma, porém, já estiver atendendo a outras demandas no indivíduo e possuir veículos disponíveis para atendimento do ponto de demanda, ocorre a troca de genes e a base é atualizada. Contudo, se não houverem veículos disponíveis em quantidade que atenda àquele ponto de demanda, ainda é possível verificar se, ao devolver os veículos utilizados pela base antiga para atender aquela demanda são suficientes para atender a mesma demanda com a base nova. Novamente, se a quantidade de veículos devolvido for suficiente, realiza-se a troca de genes entre os indivíduos, caso contrário, mantêm-se a base que já atendia ao referido ponto de demanda. É válido acrescentar que, sempre que ocorrem trocas de informações genéticas entre os indivíduos, seja acrescentando ou retirando bases, ou mesmo realizando trocas de bases, são atualizadas as capacidades de atendimento das bases e o número de veículos disponíveis. Vale destacar, ainda, que quando um veículo se torna ocioso frente à troca de bases atendendo a determinada demanda, o mesmo é removido da base e fica disponível para ser realocado.

#### *4.2.3.4 Nova estratégia para o operador de mutação*

Assim como no operador de cruzamento, o operador de mutação original do NSGA-II também precisou ser alterado de modo a garantir a manutenção da viabilidade das soluções. Com isso, os seguintes critérios foram adotados para operacionalizar a

aplicação a mutação em um indivíduo: i) caso o ponto de demanda selecionado ainda não esteja sendo atendido; e ii) caso o ponto de demanda selecionado já esteja sendo atendido. Esses critérios estão descritos a seguir:

**i) Ponto de demanda não atendido:** como o ponto de demanda selecionado não está sendo atendido por nenhuma base no indivíduo, faz-se uma verificação se há bases candidatas a atender àquela demanda que possuam capacidade disponível para tal. Caso a resposta seja positiva, dentre as bases com capacidade disponível, seleciona-se uma aleatoriamente para fazer o atendimento do ponto de demanda. Se não houverem bases candidatas com capacidade disponível, analisa-se a possibilidade de ampliar a demanda por meio do incremento do número de veículos, assim como na etapa de cruzamento. Caso seja possível, o operador de cruzamento é aplicado e a base atualizada. Caso contrário, o ponto de demanda deve permanecer sem atendimento. O mesmo ocorre se não houverem bases candidatas para atender aquele ponto de demanda; e

**ii) Ponto de demanda atendido:** caso os pontos de demanda já estejam sendo atendidos por outras bases, existe a possibilidade de alteração na base que realiza seu atendimento. Para tanto, verifica-se a lista de bases candidatas e, caso existam opções, a base anterior é retirada da lista. Caso existam bases com capacidade disponível que possam ser utilizadas, tais bases são identificadas e seleciona-se uma de maneira aleatória para aplicar o operador de cruzamento. Se a troca de base for realizada, a base antiga tem sua capacidade de atendimento atualizada, somando-se o valor antes reservado para atender o respectivo ponto de demanda. Caso esse aumento de demanda da base resulte em veículos ociosos, retira-se os veículos em excesso, diminuindo a capacidade da base relacionada aos mesmos. Caso contrário, a base antiga deve continuar atendendo ao ponto de demanda selecionado. Por fim, é importante ressaltar que sempre que há qualquer tipo de atualização ou troca genética, as capacidades de atendimento das bases e o número de veículos disponíveis são atualizados. Além disso, assim como veículos ociosos são removidos e ficam disponíveis para serem realocados, quando uma base fica ociosa, frente a retirada de todos os veículos que antes eram alocados a ela, a base é fechada e o valor da Função Objetivo (4.2) é atualizado.

É válido lembrar, ainda, que apesar das alterações propostas na estrutura dos cromossomos, na geração da população inicial e nos operadores de cruzamento e mutação, a estrutura geral do algoritmo NSGA-II (Deb *et al.*, 2002) foi mantida na versão modificada apresentada.

#### 4.2.4 Heurística Construtiva Baseada em Aleatoriedade (HCBA)

Além do  $\epsilon$ -Constraint e das duas versões do algoritmo NSGA-II apresentados, optou-se por propor um novo método heurístico para a solução do PMLBVR. Tal método é fundamentado na implementação de três versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade, direcionada ao problema estudado. Cada etapa da heurística proposta respeita, necessariamente, todas as restrições definidas no modelo matemático apresentado na Seção 4.1. O processo de geração de resultados das diferentes versões dessa heurística está resumidamente apresentado na Figura 4.7.

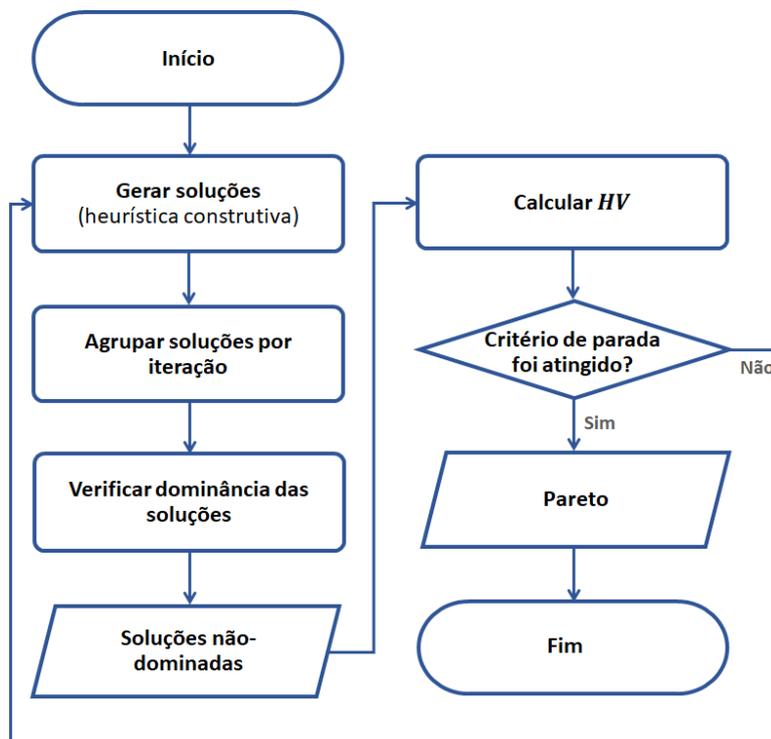


Figura 4.7: Procedimento adotado para aplicação da HCBA proposta para solucionar o PMLBVR

A geração de soluções das diferentes versões foi implementada aplicando-se o mesmo processo de geração de população inicial da versão modificada do NSGA-II, conforme o fluxograma apresentado na Figura 4.6. Nesse caso, cada solução é obtida a partir da seleção aleatória de uma quantidade de bases, que passam por uma verificação de capacidade de atendimento antes de receber a alocação de determinado ponto de demanda. Vale ressaltar que o ponto de demanda também é selecionado aleatoriamente a partir de uma lista de demandas não cobertas que pertencem a área de cobertura da base selecionada. A verificação de capacidade considera, ainda, a possibilidade de expansão

da capacidade de atendimento da base, que pode ser realizada mediante a existência de veículos disponíveis para tanto.

A cada iteração (determinado número de soluções) é feita uma verificação da dominância das soluções geradas, de modo a evidenciar quais são as soluções não-dominadas que serão comparadas àquelas encontradas pelo método exato. Após a definição da dominância das soluções, a métrica de desempenho  $HV$  é calculada, permitindo que seja mensurado o tamanho do espaço coberto pelas soluções encontradas.

A definição do número de soluções geradas que compõem uma iteração (tamanho da iteração) se deu de duas maneiras diferentes ao longo dos experimentos realizados, ambas com base nas características das instâncias. A primeira utiliza a Equação 4.16 e foi definida com base, exclusivamente, no número de bases da instância ( $|J|$ ).

$$tamIteração_1 = \delta \times |J| \quad (4.16)$$

Já a segunda maneira utiliza a Equação 4.17, a qual considera que, diante da quantidade de instâncias utilizadas e da amplitude observada entre elas, o tamanho da iteração deveria contemplar mais características da instância associada, como o número de bases ( $|J|$ ) e de demandas ( $|I|$ ).

$$tamIteração_2 = \left\lceil \lambda \times |J| - \frac{|I|}{\tau} \right\rceil \quad (4.17)$$

A aplicação da Equação (4.17) tem como objetivo principal garantir que: i) não hajam iterações longas para instâncias de pequeno porte, de modo que se certifique que a quantidade de soluções geradas a cada iteração não seja grande o bastante para implicar em excessivos tempos computacionais com pouca melhoria na qualidade dos resultados obtidos; e ii) nas instâncias de grande porte, a quantidade de soluções na iteração não seja reduzida a ponto de que a heurística seja finalizada de forma precipitada, afetando a qualidade dos resultados, ou que a geração de soluções seja interrompida constantemente impactando no tempo computacional do experimento.

Com base em experimentos empíricos realizados durante a implementação de um processo de calibração da heurística, convencionou-se que, para o  $tamIteração_1$  deve-se utilizar um tamanho de iteração similar ao tamanho da população inicial do NSGA-II modificado, com isso, assumiu-se  $\delta = 5$ . Já para o  $tamIteração_2$ , os experimentos

empíricos indicaram que  $\lambda = 10$  e  $\tau = 25$  apresentaram bons resultados relacionados ao tamanho de iteração.

Apesar da ideia inicial de definir uma quantidade máxima de soluções a ser gerada em cada instância, verificou-se a necessidade de implementar um critério de parada para que o algoritmo pudesse finalizar a geração de soluções caso se deparasse com determinadas condições. A condição geral aplicada indica, com isso, que o algoritmo deve encerrar a geração de novas soluções quando um percentual de melhoria no *HV* não for obtido após a realização de determinada quantidade de iterações. A aplicação do critério de parada na heurística possibilita a redução do tempo de execução, uma vez que limita a geração de soluções que não representem melhorias significativas. Aliado a isso, torna o método heurístico mais independente, reduzindo o uso de recursos computacionais.

Foram adotados dois critérios de parada diferentes ao longo da calibração do método: i) para o primeiro critério, que adota uma iteração com tamanho baseado na Equação (4.16), caso não haja uma melhoria de, ao menos, 0,5% no valor do *HV* durante três iterações consecutivas, o método deve ser encerrado; e ii) para o segundo critério, que utiliza o tamanho de iteração com base na Equação (4.17), diante do aumento no número de soluções geradas antes da verificação, considera-se que, se não houver uma melhoria de, pelo menos, 0,5% no valor do *HV* em relação a iteração anterior, o método deve ser encerrado.

Implementou-se, ainda, uma estratégia de paralelização do código da heurística para avaliar a possibilidade de uma redução ainda maior em seu tempo de execução. A paralelização permite que sejam utilizados o maior número possível de núcleos disponíveis para a aplicação de determinado algoritmo e, com isso, reduzir significativamente seu tempo de execução. Além disso, outra possível vantagem da paralelização de heurísticas inclui a melhora da qualidade da solução por meio da exploração de espaços de busca de forma mais eficiente (Alba *et al.*, 2013; Zhu, 2015; Hou *et al.*, 2019).

Dessa forma, as três versões da HCBA podem ser diferenciadas entre si, basicamente, em função: i) do tamanho da iteração; ii) do critério de parada adotado; e iii) da aplicação, ou não, da estratégia de paralelização. Frente a isso, a Tabela 4.1 indica, de maneira resumida, as características definidas para cada uma das versões propostas da heurística.

Tabela 4.1: Características das três versões da HCBA proposta

Versão da Heurística	Tamanho da Iteração	Critério de Parada	Paralelização do Código
HCBA-V1	$5 \times  J $	Três iterações seguidas com melhoria do $HV$ inferior a 0,5%	Não
HCBA-V2	$5 \times  J $	Três iterações seguidas com melhoria do $HV$ inferior a 0,5%	Sim
HCBA-V3	$10 \times  J  -  I /25$	Uma iteração com melhoria do $HV$ inferior a 0,5%	Sim

### 4.3 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado o modelo matemático multiobjetivo proposto para o Problema Multiobjetivo de Localização de Bases de Veículos de Resgate. Inicialmente, estabeleceu-se um conjunto de premissas a serem seguidas pelo modelo referentes aos atendimentos de emergência. Tais premissas englobam, principalmente, aspectos relacionados à cobertura e a capacidade das bases de veículos de resgate.

O capítulo abordou, ainda, a descrição detalhada da aplicação dos métodos exato ( $\epsilon$ -Constraint) e heurísticos (uma versão original e outra modificada do algoritmo genético NSGA-II, além de diferentes versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade) propostos para solucionar o problema.

De maneira complementar, no próximo capítulo são apresentados os resultados computacionais para as instâncias propostas, que contemplam a definição dessas instâncias e o processo de calibração de parâmetros do NSGA-II. Tal capítulo contém, ainda, uma avaliação do método heurístico que se mostra mais eficiente para solucionar o PMLBVR, especialmente para as instâncias propostas com base em um problema real.

## 5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo se dedica a definição das instâncias testadas, bem como a apresentação do processo de calibração adotado para implementação das diferentes versões do algoritmo NSGA-II. Além disso, apresenta os resultados obtidos a partir da implementação dos métodos exato ( $\epsilon$ -Constraint) e heurísticos (versão modificada do NSGA-II e diferentes versões da HCBA) propostos para solucionar o PMLBVR e a análise dos resultados.

Vale destacar que todos os experimentos computacionais foram realizados em um único computador, com processador  $\text{\textcircled{R}}\text{Intel } \text{\textcircled{R}}\text{Xeon CPU E5-1650 v2}$  de 3,5 GHz e 32 GB de memória RAM com 4 núcleos e 8 *Threads*, com sistema operacional *Windows 10*, de modo a padronizar a configuração utilizada e não influenciar nos resultados obtidos.

Para a abordagem do método  $\epsilon$ -Constraint, que normalmente requer um alto número de iterações, os processos de construção do modelo, atualização de parâmetros (limitantes  $\epsilon_{z_2}$ ) e armazenamento de soluções foi implementado em linguagem de programação C++ e o CPLEX 12.8 (IBM, 2018) foi utilizado para solução dos modelos matemáticos, sem limitação de *Threads*. Vale destacar, ainda, que foi imposta uma restrição de tempo para resolução do problema com o método  $\epsilon$ -Constraint. Nesse caso, cada iteração do método teve como tempo máximo de execução 3600 segundos.

Os demais métodos de solução, por sua vez, foram implementados em linguagem de programação Python. Para os métodos heurísticos (versões original e modificada do NSGA-II e as diferentes versões da heurística construtiva) foram utilizadas cinco sementes distintas para execução de cada uma das instâncias. Para os métodos heurísticos, diferentemente da abordagem exata, o tempo não foi limitado por número de iterações, mas por tempo total de execução. Com isso, cada experimento de cada instância teve como limite de tempo de execução o mesmo tempo dado à respectiva instância no método exato, ou seja, uma hora para cada base disponível na instância.

### 5.1 Definição das Instâncias

Para os experimentos computacionais que envolvem o PMLBVR, este estudo propõe 20 instâncias que foram criadas a partir de um processo aleatório de geração de dados. Apesar da aleatoriedade empregada, optou-se por conservar características similares às encontradas nos dados reais obtidos ao longo dos três anos disponíveis na base de dados utilizada do CBMERJ. Vale destacar, contudo, que como um dos objetivos

deste trabalho está ligado à proposição de métodos de solução eficientes para aplicações da modelagem matemática proposta, e não apenas para um único estudo de caso, foram apresentadas e avaliadas instâncias com diferentes tamanhos e características.

A população ( $\alpha_i$ ) de cada ponto de demanda corresponde a um número aleatório no intervalo [100, 2000], já a quantidade de ocorrências do Tipo 1 ( $\beta_i$ ) e do Tipo 2 ( $\gamma_i$ ) corresponde a um número aleatório no intervalo [10, 100] e [5, 50], respectivamente. Com isso, o indicativo de cobertura das instâncias é dado pela somatória dos valores de cada um desses parâmetros (população, ocorrências do Tipo 1 e ocorrências do Tipo 2).

No que tange ao total de veículos de resgate disponíveis ( $P$ ), ele é equivalente a duas vezes o número de bases da instância, enquanto a quantidade máxima de veículos que cada base pode receber ( $MAXP$ ) manteve-se o mesmo da capacidade real das bases do CBMERJ, ou seja, cinco veículos por base. Com isso, a capacidade de cada base, em relação ao número de veículos que ela comporta, corresponde a um número aleatório no intervalo [1, 5].

Além disso, quanto à capacidade de cobertura de cada veículo ( $C$ ), optou-se por fazê-la correspondente ao somatório da população de cada instância acrescido de 20%, dividido pelo número de veículos disponível, por entender ser conveniente que os veículos possuam capacidade total maior do que a população da instância. Tal opção se deu em razão da grande atração que capitais exercem sobre sua Região Metropolitana, o que faz com que, diariamente, o número de pessoas circulando pela capital supere sua própria população, caso observado na cidade do Rio de Janeiro.

Já a quantidade máxima de pontos de demanda que uma base pode atender ( $\mu$ ) foi definida como sendo igual a um valor extremamente alto, de forma que este não fosse um impedimento. Tal estratégia foi adotada por se tratar de características mais difíceis de serem resolvidas, com o intuito de exigir maior esforço do método de solução.

Para determinar a quantidade de bases capazes de atender um determinado ponto de demanda, sorteou-se números aleatórios: i) no intervalo [3, 5] para as Instâncias 1 a 3; ii) no intervalo [6, 9] para as Instâncias 4 a 7; iii) no intervalo [15, 23] para as Instâncias 8 a 11; iv) no intervalo [30, 45] para as Instâncias 12 a 15; e v) no intervalo [60, 90] para as Instâncias 16 a 20. O preenchimento de quais seriam essas bases também se deu de forma aleatória.

Quanto aos parâmetros  $Q$  (quantidade mínima de bases pré-existentes que devem ser selecionadas para permitir que novas bases sejam abertas) e  $N$  (quantidade máxima de novas bases que podem ser abertas), como nas Instâncias 1 a 18 todos os locais são

considerados candidatos a receber novas bases, o parâmetro  $Q$  recebeu o valor zero, visto que não existem bases pré-existentes, e  $N = |J|$ , ou seja,  $N$  é igual ao número total de locais candidatos à base.

Para as Instâncias 19 e 20, adotou-se as mesmas configurações da Instância 18, com exceção dos parâmetros  $Q$  e  $N$ . Nessas instâncias optou-se por incluir mais uma característica real do problema na cidade do Rio de Janeiro, que diz respeito à existência de 36 bases de veículos de resgate disponíveis para atendimento. Com isso, têm-se o parâmetro  $Q = 18$  para a Instância 19 para que um mínimo de 18 bases entre as 36 pré-existentes seja utilizada antes de abrir alguma nova. Para a Instância 20,  $Q = 36$ , de modo que todas as bases pré-existentes precisem ser utilizadas antes de abrir alguma base nova. Já o parâmetro  $N = 64$ , complementando o valor para chegar ao tamanho do conjunto  $J$ , foi utilizado como o limite de novas bases que podem ser abertas para as duas instâncias.

A Tabela 5.1 apresenta detalhes das instâncias propostas, que podem ser identificadas a partir da quantidade de bases de veículos de resgate ( $|J|$ ), da quantidade de pontos de demanda por atendimento ( $|I|$ ), da quantidade mínima de bases pré-existentes que devem ser selecionadas para permitir a abertura de novas bases ( $Q$ ) e da quantidade máxima de novas bases que podem ser abertas ( $N = |J| - |E|$ ).

Tabela 5.1: Resumo das instâncias propostas para o PMLBVR

#	Instância <sup>1</sup>	População	Ocorrências		$P$	$C$
			Tipo 1	Tipo 2		
1	PMLBVR-5x25x0x5	24.867	1.398	618	10	3.000
2	PMLBVR-5x50x0x5	57.557	2.896	1.250	10	7.000
3	PMLBVR-5x100x0x5	103.180	5.642	3.060	10	12.500
4	PMLBVR-10x100x0x10	102.480	5.663	2.932	20	6.500
5	PMLBVR-10x250x0x10	261.608	14.216	6.675	20	16.000
6	PMLBVR-10x500x0x10	530.301	27.576	13.884	20	32.000
7	PMLBVR-10x1000x0x10	1.045.044	53.998	27.865	20	63.000
8	PMLBVR-25x100x0x25	107.455	5.470	2.855	50	3.000
9	PMLBVR-25x250x0x25	267.672	13.101	6.794	50	6.500
10	PMLBVR-25x500x0x25	552.161	28.762	14.044	50	13.500
11	PMLBVR-25x1000x0x25	1.055.943	54.664	27.595	50	25.500
12	PMLBVR-50x500x0x50	547.356	27.036	14.134	100	7.000
13	PMLBVR-50x1000x0x50	1.064.414	55.860	27.405	100	13.000
14	PMLBVR-50x5000x0x50	5.242.947	274.915	138.231	100	63.000
15	PMLBVR-50x10000x0x50	10.611.978	546.656	274.782	100	130.000
16	PMLBVR-100x1000x0x100	1.039.036	55.393	27.239	200	6.500
17	PMLBVR-100x5000x0x100	5.161.527	278.260	137.259	200	31.000
18	PMLBVR-100x10000x0x100	10.473.625	551.761	273.636	200	63.000
19	PMLBVR-100x10000x18x64	10.473.625	551.761	273.636	200	63.000
20	PMLBVR-100x10000x36x64	10.473.625	551.761	273.636	200	63.000

Nota: <sup>(1)</sup> As instâncias foram nomeadas com o padrão “PMLBVR- $|J| \times |I| \times Q \times N$ ”.

Cada instância foi nomeada com o padrão “PMLBVR- $|J|_x|I|_xQ_xN$ ”. Por exemplo, a PMLBVR-5x25x0x5 representa uma instância na qual cinco bases estão disponíveis para atender a 25 pontos de demanda, sem quantidade mínima de bases pré-existentes selecionadas. Vale destacar que, como não há restrição de bases pré-existentes, as cinco bases disponíveis são bases novas.

Cabe ressaltar que as instâncias propostas nesta tese estão disponíveis para acesso por meio do *link*: <https://github.com/thayseferrari/PhDThesis>.

## 5.2 Processo de Calibração de Parâmetros

Como a aplicação do NSGA-II a qualquer problema depende da definição de tamanho da população ( $p_s$ ), número de gerações ( $n_g$ ), probabilidade de cruzamento ( $p_c$ ) e probabilidade de mutação ( $p_m$ ), foram realizados experimentos empíricos que fundamentaram a análise do comportamento do problema e do desempenho do algoritmo frente à variação desses parâmetros. Neste sentido, estabeleceu-se uma metodologia para auxiliar na calibração dos parâmetros.

Essa metodologia seguiu as seguintes etapas: i) adotar um determinado número de instâncias-teste com resultados obtidos com o método  $\epsilon$ -Constraint; ii) determinar os intervalos para cada um dos parâmetros do NSGA-II; iii) executar o NSGA-II para cada uma das possíveis combinações de parâmetros existentes; iv) analisar os resultados obtidos; e v) selecionar o valor de cada parâmetro com base nos melhores resultados obtidos em comparação com os do  $\epsilon$ -Constraint.

Para a definição das instâncias-teste, dentre aquelas com o Pareto Ótimo definido pelo  $\epsilon$ -Constraint, três foram selecionadas aleatoriamente. Diante disso, as Instâncias 1, 3 e 9 foram consideradas para o processo de calibração do algoritmo e, com base na duração de experimentos preliminares, definiu-se um tempo limite de execução de 672 horas (28 dias) para a calibração de cada instância. A determinação do intervalo para cada um dos parâmetros pode ser observada na Tabela 5.2. Considerando que a combinação de parâmetros apresentada é resolvida cinco vezes para cada instância, tendo em vista que são utilizadas cinco sementes distintas, espera-se que sejam realizados 2.000 experimentos para cada uma das instâncias selecionadas.

Foram realizados 4.000 testes com as combinações dos valores dos parâmetros apresentados na Tabela 5.2, que resultaram em mais de 450 horas de experimentos. Os resultados obtidos para cada conjunto de parâmetros foram comparados utilizando a

métrica *Hypervolume* (*HV*) e o número de soluções não-dominadas encontradas com o NSGA-II, além do tempo médio de execução do algoritmo. Para 1.197 experimentos, dos 2.000 realizados para a Instância 1, foram identificadas ao menos uma solução não-dominada. Já para a Instância 3, apenas 26 experimentos, dos 2.000 realizados, identificaram uma solução não-dominada. Diante da baixa qualidade dos resultados para as Instâncias 1 e 3, o processo de calibração não foi estendido para a Instância 9, conforme planejado.

Tabela 5.2: Parâmetros de calibração do NSGA-II para o PMLBVR

Parâmetro	Significado	Valores testados
$p_s$	População	$3 J $ ; $5 J $
$n_g$	Número de Gerações	500; 1.000; 1.500; 2.000; 2.500; 3.000; 3.500; 4.000; 4.500; 5.000
$p_c$	Probabilidade de Cruzamento	0,50; 0,60; 0,70; 0,80; 0,9
$p_m$	Probabilidade de Mutação	0,005; 0,010; 0,050; 0,100

Diante dos fortes indícios obtidos com o processo de calibração, optou-se por não aplicar o método do NSGA-II em sua versão original para as demais instâncias, tendo em vista a baixa qualidade e os altos tempos computacionais identificados já nas instâncias de pequeno porte (Instâncias 1 e 3). Vale destacar que os indicativos de baixa diversidade e os resultados insatisfatórios obtidos podem estar associados a uma dificuldade de gerar soluções iniciais viáveis, com isso, optou-se por implementar etapas de conferência para garantia de viabilidade dos indivíduos gerados na versão modificada da metaheurística.

Frente a implementação de uma versão modificada no NSGA-II, adaptada ao problema estudado, fez-se necessária uma nova calibração de parâmetros, na qual foram seguidos os mesmos critérios utilizados para versão original do algoritmo. Optou-se por utilizar as mesmas Instâncias 1, 3 e 9, com o mesmo limite de tempo de execução por instância (672 horas), para o processo de calibração da versão modificada do NSGA-II, com o intuito de utilizá-las como fator de comparação dos processos de calibração. Além disso, a determinação do intervalo para cada um dos parâmetros foi o mesmo apontado na Tabela 5.2.

Neste caso foram realizados 5.000 testes, com duração de mais de 835 horas, com as combinações de valores de parâmetros. Novamente comparou-se os resultados obtidos para cada conjunto com base na métrica *Hypervolume* (*HV*), no número de soluções não-dominadas e no tempo médio de execução do algoritmo. Vale destacar que, enquanto foi possível concluir o processo de calibração das Instâncias 1 e 3, a Instância 9 teve seus

experimentos computacionais de calibração interrompidos em função do tempo de execução, visto que o tempo máximo de 672 horas foi atingido ao finalizar os experimentos com tamanho de população igual a  $3 \times |J|$ .

Em todos os experimentos foi possível observar a existência de ao menos uma solução viável, possivelmente em função do novo método de geração de população inicial implementado, que utiliza uma heurística construtiva como base. Além disso, observou-se uma redução considerável no tempo de execução dos testes, com cerca de 52,86% e 72,27% de redução para as Instâncias 1 e 3, respectivamente.

Após as mudanças propostas para a estrutura e estratégias dos operadores do NSGA-II, o processo de calibração determinou os seguintes parâmetros para execução do algoritmo:  $p_s = 5|J|$ ;  $n_g = 500$ ;  $p_c = 0,70$ ; e  $p_m = 0,01$ . Diante disso, os experimentos computacionais relacionados ao NSGA-II modificado utilizaram esse mesmo conjunto de parâmetros para a resolução do problema.

### 5.3 Resultados

Os experimentos computacionais tiveram, no total, duração aproximada de 3.626,46 horas. Durante a execução do método exato foram resolvidas cerca de 777 iterações que, respeitando os limites de tempo definidos por iteração, totalizaram aproximadamente 405 horas. Já para os métodos heurísticos, os experimentos computacionais ultrapassaram a marca de 3.220 horas. No entanto, é preciso destacar que, para todos os métodos heurísticos implementados, cada instância foi executada cinco vezes, com um valor de semente distinto para cada execução. O tempo médio de execução do NSGA-II modificado foi de, aproximadamente, 535 horas. Já para a HCBA, os tempos médios de execução aproximados foram 84 horas, 14 horas e 11 horas, respectivamente, para as versões HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3.

A Tabela 5.3 apresenta, para as 20 instâncias propostas, um resumo dos resultados obtidos para o tempo computacional, a quantidade de soluções geradas e não-dominadas e, no caso do  $\epsilon$ -Constraint, a possível existência de *GAP* residual na solução encontrada. Além disso, são apresentados os valores médios observados das métricas para cada método de solução implementado. Na tabela, ainda, estão destacados em negrito os melhores resultados obtidos para cada instância e métrica. Vale informar que, para os métodos heurísticos, foram exibidos os valores médios obtidos com as métricas, tendo em vista que cada instância foi resolvida cinco vezes.

Tabela 5.3: Resumo dos resultados obtidos, por método de solução implementado, para o PMLBVR

Instância	$\epsilon$ -Constraint			NSGA-II Modificado			HCBA-V1			HCBA-V2			HCBA-V3		
	Tempo (s)	SND <sup>1</sup>	GAP <sup>2</sup>	Tempo (s)	SG <sup>3</sup>	SND <sup>4</sup>	Tempo (s)	SG <sup>3</sup>	SND <sup>4</sup>	Tempo (s)	SG <sup>3</sup>	SND <sup>4</sup>	Tempo (s)	SG <sup>3</sup>	SND <sup>4</sup>
1	<b>0,28</b>	<b>3,00</b>		117,62	25	<b>3,00</b>	2,04	135	<b>3,00</b>	4,17	135	<b>3,00</b>	3,27	127	<b>3,00</b>
2	<b>0,87</b>	<b>3,00</b>		135,59	25	<b>3,00</b>	2,10	115	<b>3,00</b>	4,86	130	<b>3,00</b>	3,54	115	<b>3,00</b>
3	<b>0,80</b>	3,00		166,45	25	3,00	3,16	125	<b>3,40</b>	7,10	145	3,00	3,79	92	3,00
4	<b>3,76</b>	4,00		417,38	50	4,60	11,59	400	4,40	15,93	310	4,40	10,27	288	<b>4,80</b>
5	<b>7,79</b>	4,00		696,95	50	5,00	16,00	300	5,00	30,91	330	5,20	15,80	234	<b>5,40</b>
6	3.046,20	8,00		1.164,57	50	6,80	56,31	510	<b>9,00</b>	90,82	550	8,80	<b>39,95</b>	336	8,60
7	71,71	4,00		2.143,30	50	5,00	60,53	320	<b>6,00</b>	92,51	300	<b>6,00</b>	<b>37,41</b>	168	<b>6,00</b>
8	97,93	8,00		1.466,80	125	7,60	<b>41,25</b>	850	<b>9,80</b>	48,38	925	9,00	41,66	984	9,60
9	289,90	10,00		2.271,95	125	11,00	87,83	900	<b>12,20</b>	81,04	800	12,00	<b>54,93</b>	720	<b>12,20</b>
10	5.278,88	9,00	x	3.950,51	125	10,60	160,81	875	11,20	171,27	1.000	10,80	<b>106,42</b>	828	<b>11,40</b>
11	14.792,90	9,00	x	7.820,05	125	10,40	303,88	850	11,60	232,15	750	<b>12,00</b>	<b>149,58</b>	630	11,40
12	42.084,56	18,00	x	11.142,37	250	18,20	389,65	1.250	<b>20,40</b>	255,68	1.400	19,60	<b>167,76</b>	1.152	20,00
13	50.403,49	18,00	x	22.088,28	250	18,80	1.032,49	1.600	<b>21,80</b>	433,72	1.350	<b>21,80</b>	<b>413,87</b>	1.564	20,40
14	74.969,15	7,00	x	180.000,00	-	-	7.031,53	1.350	21,60	2.308,64	1.600	<b>21,80</b>	<b>1.328,32</b>	1.020	21,60
15	114.218,72	2,00	x	180.000,00	-	-	24.669,96	1.550	<b>21,80</b>	5.023,10	1.700	20,80	<b>1.153,55</b>	380	21,20
16	124.192,56	35,00	x	73.420,33	500	32,40	3.301,93	2.700	36,40	937,49	2.800	<b>38,00</b>	<b>1.000,25</b>	3.072	36,80
17	235.649,61	1,00	x	360.000,00	-	-	30.127,86	2.750	<b>40,60</b>	4.298,36	2.500	39,60	<b>4.115,17</b>	2.400	39,20
18	283.739,67	1,00	x	360.000,00	-	-	90.456,88	3.000	<b>39,00</b>	12.141,91	2.500	38,40	<b>9.783,81</b>	2.040	36,20
19	263.615,60	1,00	x	360.000,00	-	-	72.532,71	2.500	38,60	<b>13.273,42</b>	2.300	<b>40,60</b>	13.285,76	2.600	40,40
20	246.087,62	1,00	x	360.000,00	-	-	73.821,11	2.600	41,00	9.678,80	1.680	<b>42,40</b>	<b>7.383,45</b>	1.440	40,20
Média	72.927,60	7,45		96.350,11	127	9,96	15.205,48	1.234	17,99	2.456,51	1.160	<b>18,01</b>	<b>1.954,93</b>	1.010	17,72

Notas: <sup>(1)</sup> Número de soluções não-dominadas que representam pontos do Pareto Ótimo; <sup>(2)</sup> Identifica com um “x” as instâncias nas quais observou-se a existência de *GAP* residual em pelo menos uma iteração; <sup>(3)</sup> Número médio de soluções geradas pelos métodos heurísticos; <sup>(4)</sup> Número médio de soluções não-dominadas obtidas com os métodos heurísticos.

Observa-se que, mesmo com tempo de execução superior a 405 horas, não foi possível obter o Pareto Ótimo com o método  $\epsilon$ -Constraint para 11 das 20 instâncias propostas, uma vez que diversas iterações nessas instâncias foram finalizadas por tempo de execução com a presença de *GAP* residual entre os limitantes inferior e superior.

Vale destacar que, apesar de terem sido encontradas diversas soluções não-dominadas em algumas dessas instâncias, não é possível garantir que o Pareto Ótimo foi alcançado quando uma instância apresenta *GAP* residual em, no mínimo, uma das iterações do método exato. Considerando apenas as Instâncias de 1 a 9, nas quais foi possível garantir a obtenção do Pareto Ótimo, nota-se que a quantidade de soluções presentes nele representa, em média, 45% da quantidade de bases de veículos de resgate disponíveis para abertura nessas instâncias. Observa-se, então, que menos da metade das facilidades disponíveis, em média, são utilizadas para abertura e alocação dos pontos de demanda.

A análise dos resultados obtidos contempla resultados individuais para cada métrica adotada, a saber: tempo computacional, quantidade de soluções não-dominadas e *Hypervolume*.

### 5.3.1 Tempo de Execução Computacional

Ao analisar os dados da Tabela 5.3, é possível afirmar que o tempo computacional para a obtenção de soluções exatas está associado ao número de pontos de demanda de cada instância. Tal afirmativa se faz evidente ao analisar, especialmente, o grupo de Instâncias de 16 a 20, onde todas possuem disponibilidade de 100 bases de veículos de resgate. Enquanto a Instância 16, que possui 1.000 pontos de demanda, utilizou 124.192,56 segundos para obter 35 soluções não-dominadas, as demais instâncias desse grupo apresentaram tempos acima de 200 mil segundos e encontraram apenas uma solução não-dominada.

Além disso, ao comparar a Instância 16 com a Instância 15, que possui 10.000 pontos de demanda em sua configuração, percebe-se que a segunda, mesmo com metade do número de bases disponível, apresenta tempo de execução muito próximo da primeira (cerca de 114 mil segundos) e apenas duas soluções não-dominadas encontradas.

Como esperado, o resultado com a implementação do método  $\epsilon$ -Constraint é compatível com os relatos da literatura, que versa sobre a dificuldade encontrada pelos métodos exatos na resolução de instâncias de grande porte quando se abordam problemas de localização de facilidades.

Complementando a análise acima, os resultados gráficos da aplicação do método exato  $\epsilon$ -*Constraint* que contemplam a representação do Pareto Ótimo, quando encontrado, e das soluções não-dominadas obtidas para o conjunto de instâncias podem ser observados no Apêndice A.

É importante destacar que, quando comparados os resultados do método exato  $\epsilon$ -*Constraint* e do algoritmo NSGA-II modificado, nota-se que houve redução no tempo computacional em apenas 6 das 20 instâncias analisadas. Vale o destaque de que todas essas seis instâncias podem ser consideradas de médio porte, visto que possuem entre 500 e 1.000 pontos de demanda em sua composição. Em outras seis instâncias de grande porte, porém, o NSGA-II modificado não foi capaz de finalizar a execução de todas as gerações previstas como parâmetro de entrada do método (conforme determinado no processo de calibração) no tempo máximo definido.

É compreensível que ocorra um aumento do tempo de execução do algoritmo em instâncias de pequeno porte, de mais fácil resolução pelo método exato, até porque o  $\epsilon$ -*Constraint* foi implementado em linguagem de programação C++, enquanto o NSGA-II modificado foi implementado em Python, sendo que a primeira linguagem tende a apresentar melhores resultados relacionados à performance computacional. Além disso, acredita-se que o aumento do tempo se deve, também, à estruturação do algoritmo NSGA-II proposto, que mesmo com as modificações na estrutura dos cromossomos, na geração da população inicial e nos operadores de cruzamento e mutação, manteve a estrutura geral do NSGA-II de Deb *et al.* (2002). Por se tratar de um método com mais etapas de operação e conferências, o aumento do tempo gasto em instâncias pequenas, além de justificável, já era esperado.

No entanto, o que se observou é que nas instâncias de grande porte, onde se esperava que o método proporcionasse seus melhores resultados, o tempo de processamento apresentou um salto inesperado, ultrapassando o dobro do tempo do método exato para a Instância 14, por exemplo. Acredita-se que o significativo aumento do tempo pode estar associado às etapas de conferência inseridas para garantir a viabilidade das soluções geradas. No entanto, diante das dificuldades observadas com a versão original do NSGA-II para o PMLBVR, com a geração de um grande número de soluções inviáveis, optou-se por implementar tais etapas de conferência, mesmo com a possibilidade de um aumento considerável do tempo computacional frente a esses novos passos incluídos a cada operador do algoritmo.

Ao analisar o tempo médio de execução por método, nota-se que o  $\epsilon$ -Constraint levou, em média, 72.927,60 segundos para executar cada instância, enquanto a HCBA-V1 precisou de 15.205,48 segundos. A HCBA-V2 e a HCBA-V3 apresentaram resultados ainda melhores, com tempo médio de execução para todas as instâncias de, respectivamente, 2.456,51 segundos e 1.954,93 segundos. Por sua vez, o NSGA-II modificado foi o método que apresentou os piores tempos computacionais, precisando, em média, de 96.350,11 segundos para executar cada instância.

Vale destacar que essa comparação de tempo deve levar em consideração as diferentes linguagens de programação utilizadas e o emprego de recursos computacionais em cada caso. Isso porque, enquanto para a resolução do método exato, implementado em C++, durante a execução do CPLEX 12.8 (IBM, 2018) são utilizados todos os *Threads* disponíveis, para os métodos heurísticos, implementados em Python, utiliza-se apenas um *Thread* por execução, caso não seja aplicado nenhum mecanismo de paralelização (o que ocorreu apenas na HCBA-V2 e HCBA-V3). Sendo assim, ainda que a HCBA-V1 tenha sido implementada na mesma linguagem de programação que o NSGA-II modificado e também não contemplasse nenhum mecanismo de paralelização, seus resultados de tempo computacional mostraram-se de melhor qualidade.

Na Figura 5.1 estão representados graficamente os tempos computacionais (em escala logarítmica) observados para os métodos de solução implementados. Percebe-se que os melhores resultados foram obtidos pelas diferentes versões da HCBA, especialmente nas instâncias de grande porte, que possuem em sua configuração mais de 5.000 pontos de demanda (Instâncias 14, 15, 17, 18, 19 e 20). Dentre as versões da heurística, contudo, os melhores tempos foram observados na HCBA-V2 e na HCBA-V3, implementadas com recursos de paralelização do código, que utilizam mecanismos de execução simultânea de processos para reduzir o tempo de execução do algoritmo.

Outros pontos que merecem destaque quando são observadas as diferentes versões da heurística proposta são: i) a influência do critério de parada no tempo de execução e ii) o tamanho da iteração da versão da heurística. Em geral a HCBA-V3, que tem como critério de parada do método uma iteração com melhoria do *HV* inferior a 0,5% e tamanho da iteração baseado na Equação (4.17), foi a que apresentou os melhores tempos de execução para as instâncias de médio a grande porte, à exceção da Instância 16. Ainda assim, a diferença dela para a HCBA-V2 (melhor tempo da instância) foi relativamente pequena, já que apresentou um aumento de tempo inferior a 7,00%.

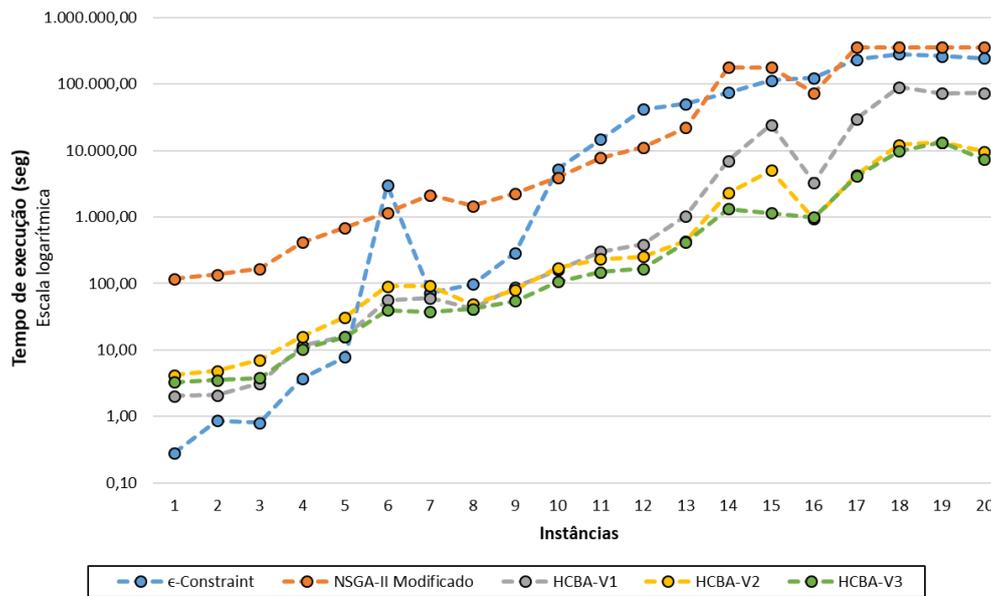


Figura 5.1: Tempo computacional dos métodos  $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e diferentes versões da HCBA para todas as instâncias

O maior ganho de tempo foi observado para a Instância 18, que precisou, em média, de 9.783,81 segundos para alcançar o critério de parada definido para a HCBA-V3. Esse tempo de execução representa uma redução de 89,18% do tempo utilizado pela HCBA-V1 para a mesma instância. A redução é ainda mais significativa quando tal método é comparado ao método exato e ao NSGA-II modificado. Nesse caso, o percentual de redução do tempo chega a 96,55% para o método exato e 97,28% para a versão modificada do NSGA-II.

Quanto às Instâncias 19 e 20, que possuem obrigatoriedade de uso de um determinado número de bases pré-existentes para que possam ser abertas novas, é possível notar que elas apresentaram redução no tempo de execução em relação à Instância 18 (com as mesmas características, porém sem obrigatoriedade de utilizar bases pré-existentes) para o método exato e para a HCBA-V1. Já para a HCBA-V2 e HCBA-V3, enquanto a Instância 20 apresentou o mesmo padrão de diminuição do tempo destacado anteriormente, na Instância 19 foi observado um aumento do tempo de execução do algoritmo. Apesar disso, os tempos continuaram significativamente inferiores aos demais métodos.

### 5.3.2 Quantidade de Soluções Não-Dominadas

No que tange à quantidade de soluções não-dominadas obtidas com os diferentes métodos de solução implementados (veja Figura 5.2), o tamanho da instância tem grande

influência no resultado. Para instâncias de pequeno porte, a quantidade de soluções não-dominadas encontradas pelos métodos heurísticos é muito próxima daquelas obtidas pelo  $\epsilon$ -Constraint, em alguns casos até mesmo igual. Já nas instâncias intermediárias, como nas Instâncias 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13 e 16, as heurísticas HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3 se mostram mais efetivas que o  $\epsilon$ -Constraint, encontrando um número maior de soluções não-dominadas. Nesses casos o algoritmo do NSGA-II modificado começou a apresentar um número de soluções não-dominadas inferior ao método exato em alguns casos (Instâncias 6 e 16, por exemplo).

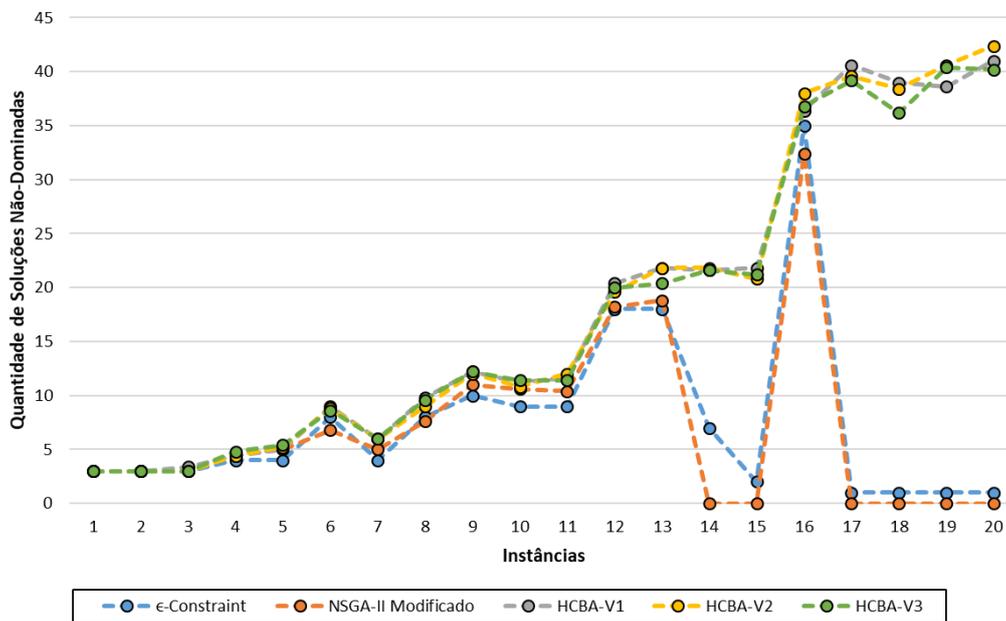


Figura 5.2: Quantidade de soluções não-dominadas encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e as diferentes versões da HCBA para todas as instâncias

Nas instâncias de maior complexidade (Instâncias 14, 15, 17, 18, 19 e 20), as heurísticas HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3 confirmaram sua superioridade em relação à obtenção de soluções não-dominadas. Enquanto o  $\epsilon$ -Constraint reduziu consideravelmente o número de soluções não-dominadas obtidas e o NSGA-II modificado finalizou sua execução atingindo o tempo máximo de processamento sem concluir as gerações, as diferentes versões da heurística demonstraram sua capacidade para gerar um conjunto amplo de soluções não-dominadas. Em média, 33,77, 33,93 e 33,13 soluções não-dominadas foram obtidas por instância, respectivamente, para HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3, em instâncias de grande porte.

De maneira geral, os melhores resultados relacionados à quantidade de soluções não-dominadas foram obtidos com a HCBA-V1, que alcançou uma quantidade de soluções por instância que representam, em média, 48,90% da quantidade de bases disponíveis para abertura nessas instâncias. Vale destacar que esse percentual está bem próximo daquele observado em relação a quantidade de soluções encontradas no Pareto Ótimo das Instâncias de 1 a 9. Os demais métodos obtiveram médias de 32,65%, 47,06%, 48,31% e 48,28%, respectivamente, para o  $\epsilon$ -Constraint, o NSGA-II modificado (considerando apenas as instâncias com resultado), a HCBA-V2 e a HCBA-V3.

### 5.3.3 Hypervolume (HV)

Mesmo que para alguns dos métodos de solução apresentados tenham sido obtidos bons resultados relacionados ao tempo computacional e à quantidade de soluções não-dominadas, não é possível garantir, apenas com essa análise, a qualidade das soluções encontradas. Isso porque um número considerável de soluções não-dominadas não significa, necessariamente, que tais soluções apresentem boa diversidade e espalhamento na Fronteira de Pareto. Como o *Hypervolume* mensura o “tamanho do espaço coberto” por uma solução, essa parece ser a métrica adequada para complementar a análise.

Além do valor absoluto da métrica *HV*, calculou-se, ainda, o *HV*(%) que possibilita uma avaliação uniforme entre diferentes instâncias. Tal métrica foi calculada, em geral, a partir dos resultados obtidos com os métodos heurísticos em relação ao método exato. No entanto, para instâncias em que o método exato apresentou resultados de baixa qualidade, com *GAP* residual elevado, o cálculo do *HV*(%) foi realizado com base no melhor *HV* médio encontrado nas respectivas instâncias.

Com isso, a Tabela 5.4 apresenta os resultados das métricas *HV* (Seção 3.3.3) e *HV* (%) calculadas a partir da implementação dos métodos  $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e as três versões da HCBA. Vale destacar que para o cálculo do *HV*, em cada uma das instâncias, foi necessário definir o *Nadir Point* a partir dos valores máximos encontrados para cada função objetivo de acordo com os métodos implementados. Assim como para a Tabela 5.3, também são apresentados os valores médios das métricas para cada método e o melhor resultado de cada instância foi destacado em negrito. Além disso, para os métodos heurísticos, as métricas *HV* e *HV* (%) também são representadas por meio de valores médios, uma vez que indicam a média dos resultados obtidos nas cinco execuções realizadas com sementes distintas por instância.

Tabela 5.4: Valores da métrica  $HV$  e do  $HV(\%)$  obtidos com os métodos exato e heurísticos para o PMLBVR

Instância	$\epsilon$ -Constraint		NSGA-II Modificado		HCBA-V1		HCBA-V2		HCBA-V3	
	$HV$	$HV(\%)$	$HV^1$	$HV(\%)^2$	$HV^1$	$HV(\%)^2$	$HV^1$	$HV(\%)^2$	$HV^1$	$HV(\%)^2$
1	<b>122.935</b>	<b>100,00</b>	120.853	98,31	122.240	99,43	122.265	99,45	122.124	99,34
2	<b>282.945</b>	<b>100,00</b>	276.315	97,66	281.781	99,59	281.782	99,59	281.545	99,51
3	<b>500.410</b>	<b>100,00</b>	484.947	96,91	490.535	98,03	492.177	98,35	490.953	98,11
4	<b>985.116</b>	<b>100,00</b>	946.058	96,04	976.649	99,14	972.384	98,71	973.765	98,85
5	<b>2.504.885</b>	<b>100,00</b>	2.393.247	95,54	2.456.323	98,06	2.465.953	98,45	2.465.488	98,43
6	<b>4.446.580</b>	<b>100,00</b>	4.011.302	90,21	4.314.355	97,03	4.310.813	96,95	4.257.130	95,74
7	<b>9.767.522</b>	<b>100,00</b>	9.399.591	96,23	9.633.101	98,62	9.590.413	98,19	9.568.814	97,97
8	<b>2.543.801</b>	<b>100,00</b>	2.381.913	93,64	2.448.751	96,26	2.449.465	96,29	2.449.610	96,30
9	<b>6.098.352</b>	<b>100,00</b>	5.593.867	91,73	5.785.423	94,87	5.745.025	94,21	5.755.924	94,38
10	<b>12.790.250</b>	<b>100,00</b>	11.912.639	93,14	12.288.025	96,07	12.301.137	96,18	12.270.589	95,94
11	<b>24.415.026</b>	<b>100,00</b>	22.774.456	93,28	23.482.093	96,18	23.453.298	96,06	23.394.240	95,82
12	<b>25.025.992</b>	<b>100,00</b>	23.365.032	93,36	23.761.305	94,95	23.837.522	95,25	23.717.731	94,77
13	<b>48.459.330</b>	<b>100,00</b>	44.317.807	91,45	45.379.041	93,64	45.294.057	93,47	45.444.165	93,78
14	<b>225.276.599</b>	100,00	-	-	223.020.268	99,00	223.527.511	99,22	222.226.671	98,65
15	316.787.296	69,72	-	-	452.363.955	99,56	<b>454.350.946</b>	<b>100,00</b>	444.661.574	97,87
16	<b>94.835.608</b>	<b>100,00</b>	84.947.439	89,57	86.508.975	91,22	86.479.766	91,19	86.510.093	91,22
17	284.429.346	66,22	-	-	<b>429.553.022</b>	<b>100,00</b>	428.501.484	99,76	429.551.113	100,00
18	429.362.836	48,76	-	-	<b>880.505.546</b>	<b>100,00</b>	878.212.498	99,74	877.218.567	99,63
19	542.353.056	61,89	-	-	<b>876.286.806</b>	<b>100,00</b>	872.326.017	99,55	871.817.965	99,49
20	429.362.836	49,13	-	-	<b>873.922.413</b>	<b>100,00</b>	869.768.150	99,52	868.370.694	99,36
Média	123.017.536	89,79	15.208.962	94,08	<b>197.679.030</b>	<b>97,58</b>	197.224.133	97,51	196.577.438	97,26

Notas: <sup>(1)</sup>  $HV$  médio das cinco sementes executadas para os métodos heurísticos; <sup>(2)</sup>  $HV(\%)$  médio das cinco sementes executadas para os métodos heurísticos.

Para facilitar a análise dos resultados, a métrica  $HV$ , para as instâncias analisadas, estão apresentados na Figura 5.3, em escala logarítmica. É possível observar que, para as Instâncias de 1 a 14 e para a Instância 16, o método exato apresentou os melhores valores. Enquanto a HCBA-V2 apresentou o melhor valor de  $HV$  para a Instância 15, a HCBA-V1 foi a responsável pelos melhores indicadores das demais instâncias de grande porte. No entanto, vale destacar que não foi possível calcular o valor do  $HV$  para o NSGA-II modificado nas Instâncias 14, 15, 17, 18, 19 e 20, tendo em vista que não atingiu-se o número de gerações definido nos parâmetros de entrada do método do algoritmo.

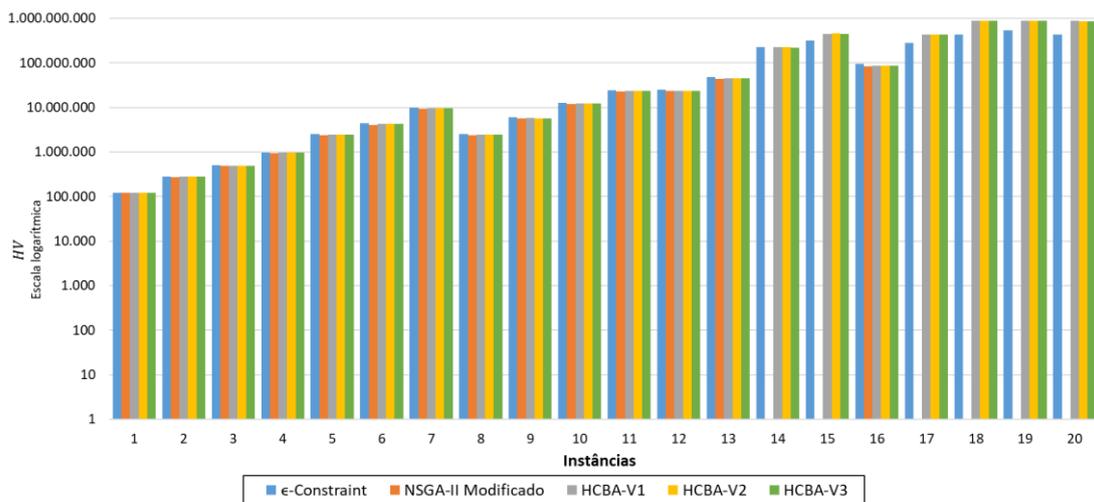


Figura 5.3: Métrica  $HV$  para todas as instâncias com os métodos  $\epsilon$ -Constraint, NSGA-II modificado e as diferentes versões da HCBA

No entanto, como a magnitude do valor absoluto da métrica  $HV$  para cada instância não apresenta nenhuma relação entre si, pode ser inviável realizar qualquer análise que relacione mais de uma instância. Diante disso, optou-se por utilizar a comparação do percentual dessa métrica para analisar os resultados das instâncias, uma vez que tal decisão pode possibilitar uma avaliação uniforme para as diferentes instâncias.

Como é possível observar na Tabela 5.4, as soluções encontradas com o NSGA-II modificado foram perdendo qualidade à medida que as instâncias aumentavam de tamanho. A métrica  $HV$  (%), que apresentava valores superiores aos 95,00% em instâncias de pequeno porte, chegou a exibir resultados abaixo dos 90,00% para instâncias intermediárias. A representação gráfica da constatação anterior pode ser observada nas Figuras 5.4 a 5.7, que apresentam a comparação dos resultados obtidos com o método exato e com a replicação do NSGA-II modificado com cinco sementes distintas para as Instâncias 1, 6, 13 e 16, respectivamente.

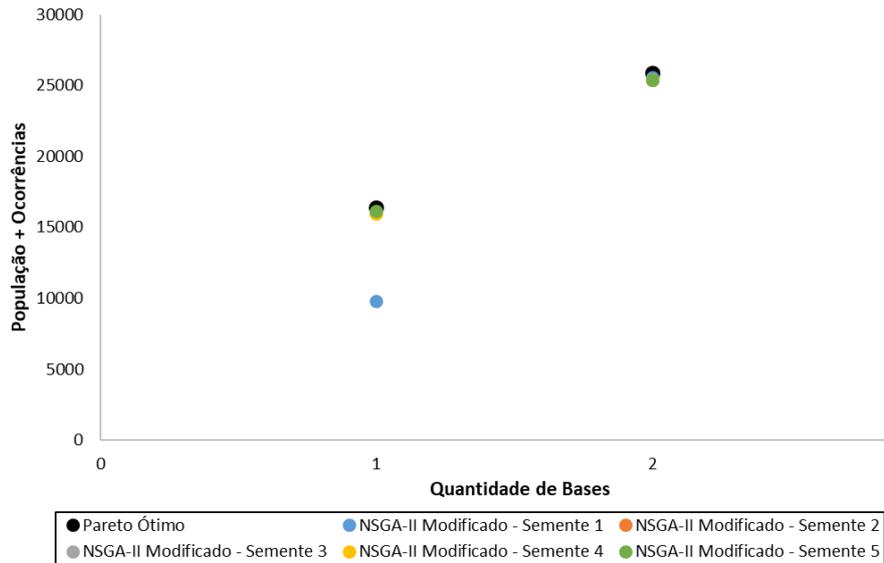


Figura 5.4: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 1

Pode-se observar que para a Instância 1 (Figura 5.4) e para a Instância 6 (Figura 5.5), que tiveram o Pareto Ótimo obtido com o método exato, o método heurístico obteve soluções não-dominadas próximas do Pareto Ótimo. Na Instância 1, por exemplo, apenas um ponto de uma semente ficou afastado do Pareto Ótimo. Os demais, quando não o encontraram o Pareto Ótimo, estavam muito próximos. Na Instância 6, por sua vez, apesar de algumas sementes alcançarem o Pareto, percebe-se que nenhuma delas conseguiu manter todos os pontos próximos e, com isso, uma distância maior passou a ser observada.

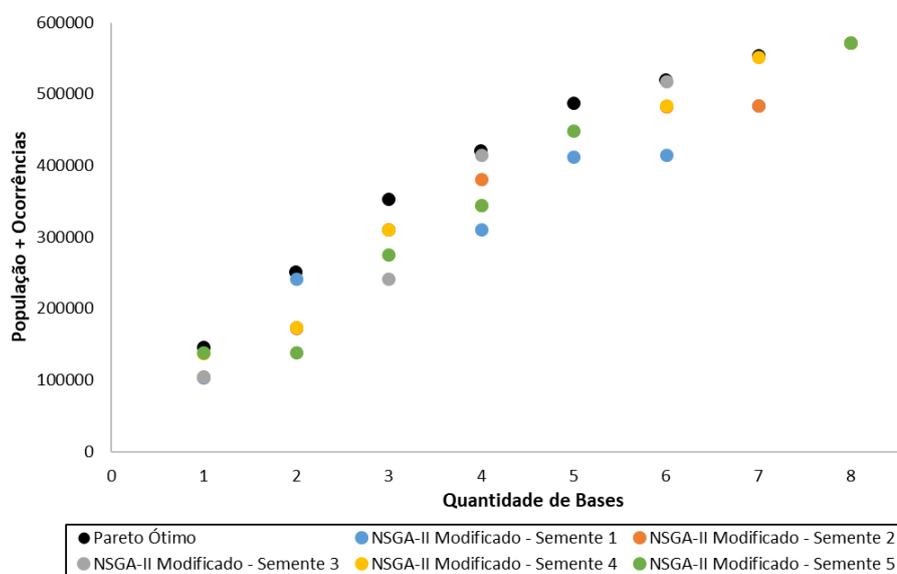


Figura 5.5: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 6

Nas demais instâncias representadas graficamente, porém, o comportamento não foi o mesmo e as soluções encontradas se mostraram afastadas da curva do Pareto, como pode ser observado nas Figuras 5.6 e 5.7.

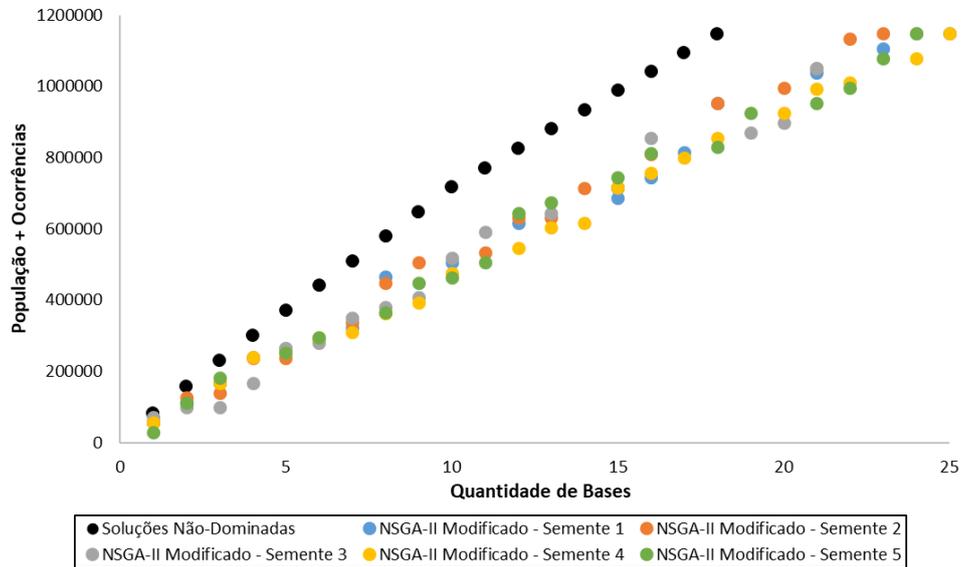


Figura 5.6: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 13

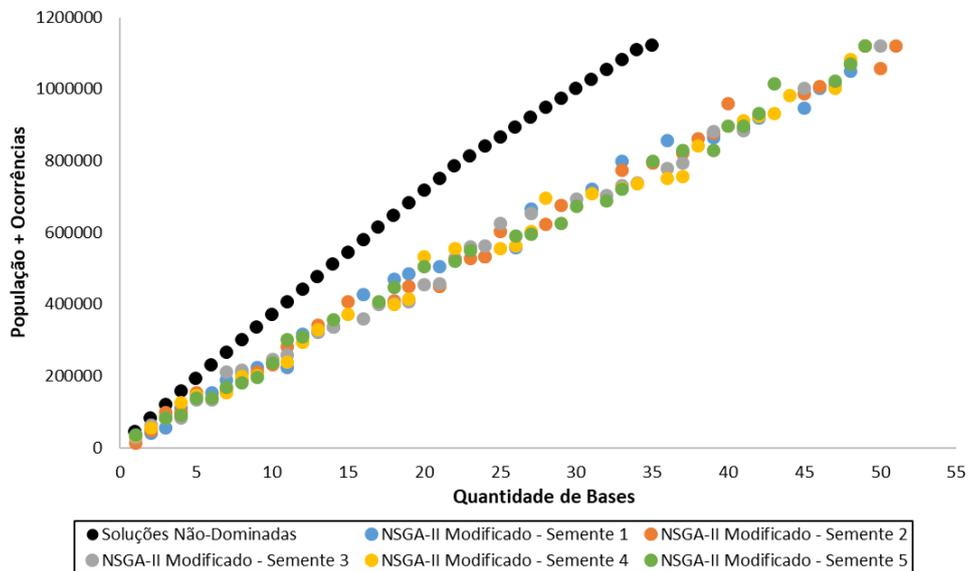


Figura 5.7: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e NSGA-II modificado para a Instância 16

Nas Instâncias 13 (Figura 5.6) e 16 (Figura 5.7), ambas com 1.000 pontos de demanda em sua composição, como foi registrada a ocorrência de *GAP* em ao menos uma iteração do método  $\epsilon$ -Constraint, não há garantia de que as soluções não-dominadas

pertençam ao Pareto Ótimo. Ainda assim, as soluções encontradas pelas diferentes sementes do NSGA-II modificado para essas instâncias intermediárias mantiveram-se afastadas da curva. É possível observar, ainda, que as soluções encontradas pelo método heurístico precisam de um número consideravelmente maior de bases para atender a mesma quantidade de pontos de demanda.

Além da redução do valor da métrica *HV* observada em instâncias de médio a grande porte, vale destacar, que nenhuma instância com mais de 1.000 pontos de demanda em sua composição obteve resultados de qualquer semente com o algoritmo do NSGA-II modificado no tempo limite estabelecido.

Situação diferente foi observada nos resultados das três versões propostas da HCBA. Os resultados globais das diferentes versões indicam que o *HV* (%) médio de cada método foi de 97,58%, 97,51% e 97,26%, respectivamente, para as versões HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3. Cabe destacar, ainda, que nenhuma das versões apresentou valores dessa métrica inferiores a 90,00%, tendo em vista que os menores valores encontrados foram 91,19% para a HCBA-V2 e 91,22% para a HCBA-V1 e a HCBA-V3. Nos três casos o menor valor foi obtido na Instância 16.

Já em instâncias de maior complexidade, tais abordagens apresentaram valores de *HV* (%) tão bons quanto (caso da Instância 14), ou mesmo superiores (como as Instâncias 15 e 17-20), aos encontrados pelo método exato. Vale destacar que para as instâncias de maior complexidade (Instâncias 17 a 20), todas as versões da heurística apresentaram valores dessa métrica superiores a 99,00%, além do número considerável de soluções não-dominadas, como já destacado anteriormente.

Apesar dos bons resultados observados, como os valores de *HV* e *HV* (%) para os métodos heurísticos são médias das cinco execuções realizadas para cada instância, optou-se por avaliar a amplitude (diferença percentual observada entre os valores mínimos e máximos para cada instância) dos resultados encontrados para as versões da HCBA.

#### 5.3.4 Análise do *HV* (%) para a HCBA-V1, a HCBA-V2 e a HCBA-V3

É possível constatar que a HCBA, independente da versão implementada, foi o método que apresentou os melhores resultados para o PMLBVR. Além da qualidade, demonstrada pela análise da quantidade de soluções não-dominadas e do *HV*, o tempo computacional reduzido para a resolução do problema se mostrou bastante interessante. Entretanto, como já apontado, os resultados apresentados para HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3 são valores médios dos cinco experimentos realizados para cada instância

nesses métodos. Diante disso, optou-se por analisar o comportamento de cada uma das versões da HCBA sob a ótica da amplitude dos resultados obtidos em cada instância.

O objetivo de tal análise é verificar se os resultados obtidos são compatíveis ou se houveram distorções consideráveis entre as sementes testadas. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 5.5, na qual são informados os maiores e menores valores de *HV* (%) encontrados para cada versão da heurística, além da média e da amplitude desses valores. Vale destacar que, neste caso, como foram considerados cada resultado das sementes separadamente, o maior valor absoluto de *HV* (e não o maior *HV* médio) foi utilizado para calcular os percentuais.

Tabela 5.5: Variações do *HV*(%) por instância e versão da HCBA para o PMLBVR

#	HCBA	Maior (%)	Menor (%)	Médio (%)	Amplitude (%)	#	HCBA	Maior (%)	Menor (%)	Médio (%)	Amplitude (%)
1	V1	99,82	98,96	99,43	0,86	11	V1	96,89	95,04	96,18	1,86
	V2	99,57	99,31	99,45	0,26		V2	96,63	95,44	96,06	1,19
	V3	99,50	98,93	99,34	0,57		V3	96,78	95,25	95,82	1,52
2	V1	99,92	99,30	99,66	0,61	12	V1	95,12	94,89	94,95	0,23
	V2	99,83	99,30	99,66	0,53		V2	95,77	94,95	95,25	0,82
	V3	99,86	98,66	99,51	1,20		V3	95,16	94,30	94,77	0,86
3	V1	99,04	96,75	98,03	2,29	13	V1	94,04	93,35	93,64	0,69
	V2	99,69	96,98	98,35	2,71		V2	93,83	92,83	93,47	1,00
	V3	99,29	96,89	98,11	2,40		V3	94,64	92,78	93,78	1,86
4	V1	99,68	98,73	99,14	0,94	14	V1	99,45	98,26	99,00	1,19
	V2	99,41	97,96	98,71	1,45		V2	99,97	98,52	99,22	1,45
	V3	99,67	98,06	98,85	1,62		V3	99,16	98,26	98,65	0,90
5	V1	98,79	97,36	98,06	1,43	15	V1	99,42	99,10	99,26	0,32
	V2	98,76	98,07	98,45	0,69		V2	100,00	99,00	99,70	1,00
	V3	99,07	97,23	98,43	1,84		V3	97,94	97,17	97,57	0,77
6	V1	98,24	95,20	97,03	3,04	16	V1	91,73	90,94	91,22	0,79
	V2	98,22	95,98	96,95	2,23		V2	91,79	90,80	91,19	0,99
	V3	97,58	94,52	95,74	3,07		V3	91,44	91,01	91,22	0,42
7	V1	99,04	98,16	98,62	0,88	17	V1	100,00	99,66	99,84	0,34
	V2	99,06	97,40	98,19	1,66		V2	99,96	99,10	99,60	0,86
	V3	98,74	97,39	97,97	1,35		V3	99,92	99,73	99,84	0,19
8	V1	96,63	95,68	96,26	0,95	18	V1	100,00	99,28	99,68	0,72
	V2	97,17	95,69	96,29	1,48		V2	99,80	99,14	99,42	0,66
	V3	97,51	95,26	96,30	2,26		V3	99,68	98,85	99,31	0,83
9	V1	96,58	95,42	96,07	1,16	19	V1	100,00	99,69	99,87	0,31
	V2	97,13	95,33	96,18	1,80		V2	99,55	99,13	99,42	0,42
	V3	96,96	94,93	95,94	2,02		V3	99,57	99,20	99,36	0,37
10	V1	96,58	95,42	96,07	1,16	20	V1	100,00	99,85	99,93	0,15
	V2	97,13	95,33	96,18	1,80		V2	99,68	99,26	99,45	0,42
	V3	96,96	94,93	95,94	2,02		V3	99,56	98,94	99,29	0,62

Observa-se que os resultados da métrica  $HV$  (%) foram mais consistentes na aplicação do método HCBA-V1, onde a amplitude, foi de 1,00% em média. Nota-se, no entanto, que as demais versões apresentaram valores de amplitude muito próximos a este, tendo em vista que, para as versões HCBA-V2 e HCBA-V3, as médias observadas foram iguais a 1,17% e 1,33%, respectivamente. Já os maiores valores de amplitude observados para a HCBA-V1, a HCBA-V2 e a HCBA-V3 não ultrapassaram, respectivamente, 3,04%, 2,71% e 3,07%.

Como é possível observar na Tabela 5.5, as soluções obtidas com as diferentes versões da HCBA mantiveram qualidade independente do tamanho da instância. Diferente do que se observou com o NSGA-II modificado, que à medida que as instâncias aumentavam de tamanho os resultados perdiam qualidade, a HCBA, em instâncias de grande porte obteve uma quantidade considerável de soluções não-dominadas.

Nota-se que a qualidade dos resultados obtidos apresenta pouca variação entre as diferentes versões da heurística, contudo, o tempo computacional mostrou-se mais satisfatório na HCBA-V3. Com isso, optou-se por representar graficamente as soluções encontradas por essa versão para as instâncias destacadas nas Figuras 5.4 a 5.7. Tal representação pode ser observada nas Figuras 5.8 a 5.11, que apresentam a comparação dos resultados obtidos com o método exato e com a replicação da HCBA-V3 com cinco sementes distintas para as Instâncias 1, 6, 13 e 16, respectivamente.

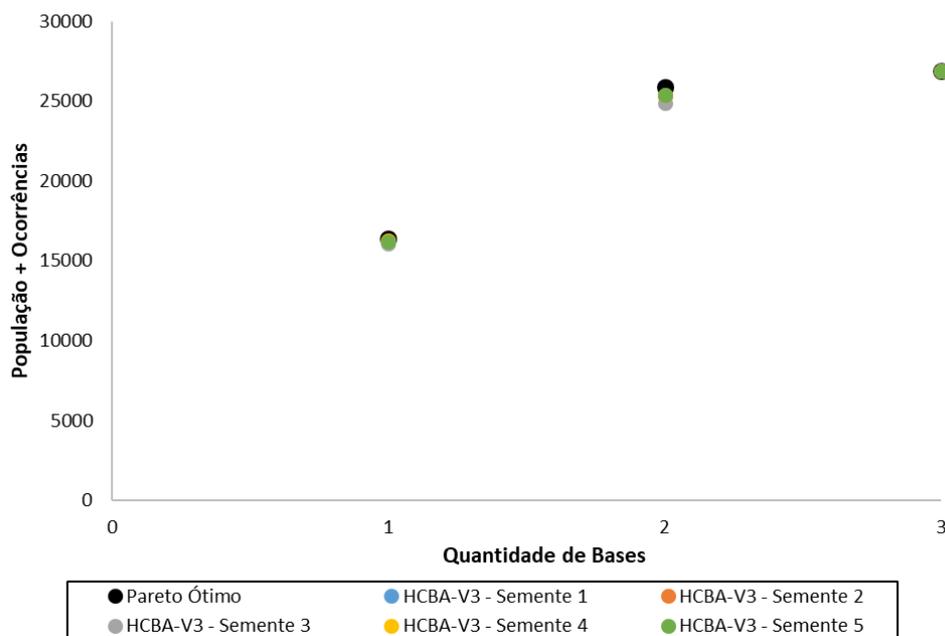


Figura 5.8: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 1

Na Figura 5.8, que representa a Instância 1, pode-se observar que para três bases de veículos de resgate todas as sementes obtiveram a mesma solução, a qual faz parte do Pareto Ótimo encontrado pelo método exato. Os pontos do Pareto Ótimo relativos a uma ou duas bases não foi encontrado pela HCBA-V3, no entanto, os resultados obtidos foram próximos dos mesmos.

Na Instância 6 (Figura 5.9) é possível notar que, para todos os pontos que compõem o Pareto Ótimo, existem soluções próximas encontradas pela HCBA-V3. Além da proximidade das soluções em relação ao Pareto Ótimo, percebe-se que a amplitude das soluções encontradas para cada semente é menor do que a observada para a mesma instância resolvida pelo NSGA-II modificado.

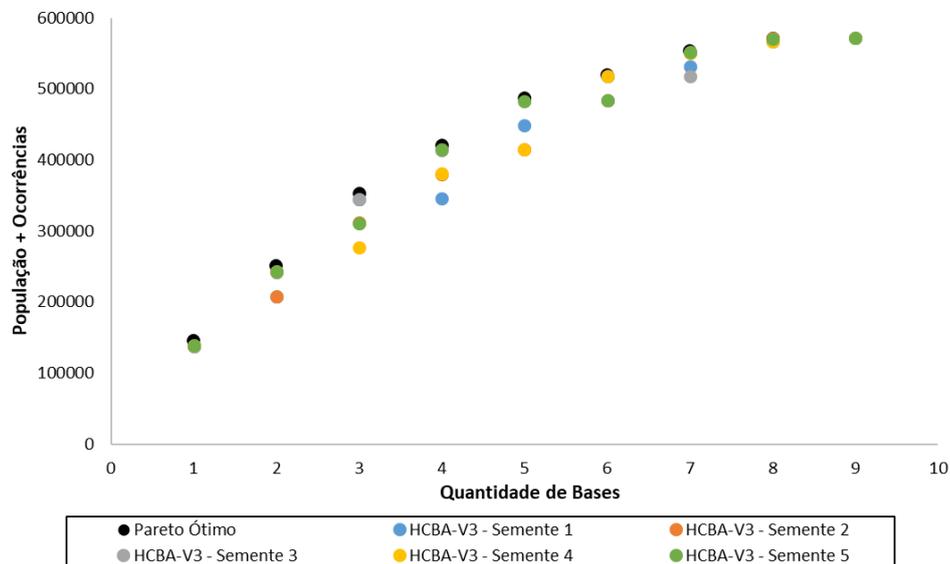


Figura 5.9: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 6

Na Instância 13 (Figura 5.10) observa-se que a HCBA-V3, além da pequena amplitude das soluções encontradas, apresentou resultados mais próximos das soluções não-dominadas encontradas pelo  $\epsilon$ -Constraint, quando comparada às soluções encontradas pelo NSGA-II modificado. Comportamento semelhante pode ser observado para a Instância 16 (Figura 5.11), especialmente quanto à amplitude dos resultados obtidos.

Os demais resultados gráficos da aplicação da HCBA-V3 comparadas ao método exato  $\epsilon$ -Constraint para todo o conjunto de instâncias podem ser observados no Apêndice

B. Vale destacar, ainda, que a totalidade dos resultados obtidos com os experimentos computacionais realizados estão disponíveis no Apêndice C.

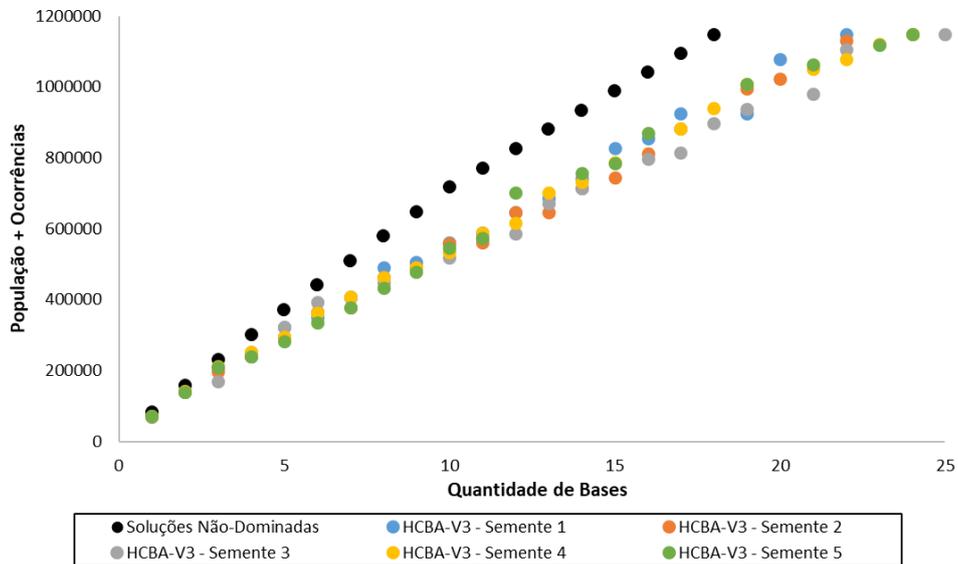


Figura 5.10: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 13

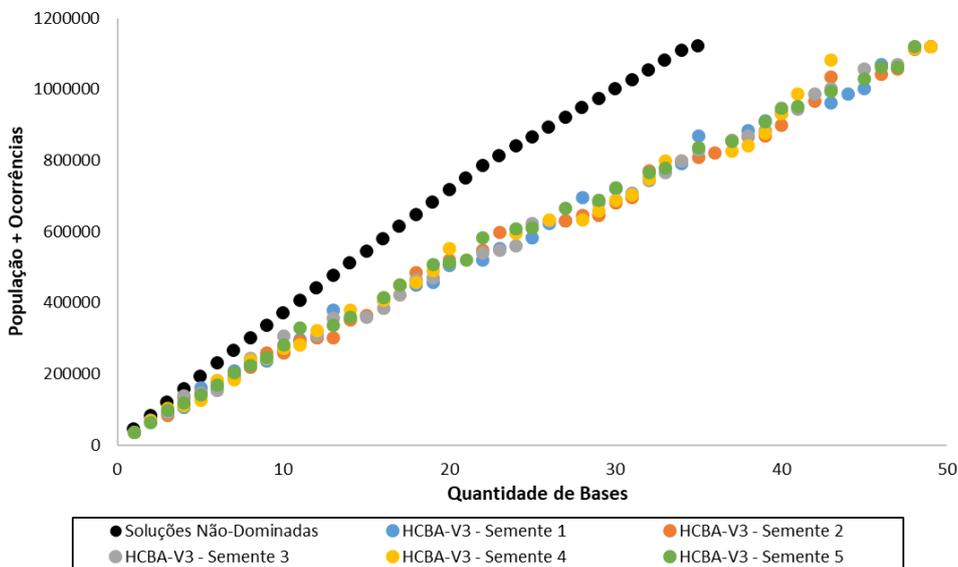


Figura 5.11: Soluções encontradas com os métodos  $\epsilon$ -Constraint e HCBA-V3 para a Instância 16

## 5.4 Análise dos Resultados

No que tange à aplicação do  $\epsilon$ -Constraint, nota-se que o mesmo apresentou comportamento dentro do esperado para um método exato, ou seja, obteve o Pareto Ótimo para instâncias pequenas e algumas de médio porte do PMLBVR. Porém a complexidade

de tempo e espaço computacional fizeram com que o tempo de execução desse método crescesse significativamente com o aumento no tamanho das instâncias.

Ainda que não tenha sido possível garantir a otimalidade para algumas instâncias intermediárias, no entanto, os resultados obtidos demonstraram ser de qualidade, de acordo com as métricas de desempenho adotadas neste trabalho. Com isso, esse método se mostrou uma importante ferramenta de comparação para avaliar a eficiência dos métodos heurísticos implementados posteriormente.

A implementação da versão original do NSGA-II, proposta por Deb *et al.* (2002), em contrapartida, apresentou resultados insatisfatórios ainda durante o processo de calibração do método, na qual foram utilizadas duas instâncias de pequeno porte. Vale lembrar que, em função dos resultados de baixa qualidade, a instância intermediária (Instância 9) não chegou a ser incluída nos experimentos nesta etapa.

Acredita-se que a baixa diversidade observada durante a geração de indivíduos neste método pode estar relacionada à dificuldade de gerar soluções iniciais viáveis, uma vez que o tamanho dos cromossomos associados às instâncias tende a ser um grande complicador nesse quesito. Além disso, mesmo diante de uma solução inicial viável, qualquer operação, por menor que fosse, no formato *bit-a-bit* nas etapas de cruzamento e mutação do método, poderia resultar na inviabilidade do indivíduo.

A identificação dos obstáculos enfrentados pela versão original do NSGA-II na resolução do PMLBVR possibilitou a proposição de melhorias, além de personalizações, com o objetivo de obter soluções de melhor qualidade. Ainda assim, o NSGA-II modificado demonstrou não ser adequado para solução de problemas com características semelhantes ao PMLBVR, ao menos com as restrições de tempo impostas neste estudo. Além de apresentar os maiores tempos de execução para solucionar o problema, observou-se a diminuição da qualidade das soluções obtidas por esse método à medida que as instâncias aumentavam de tamanho.

É válido ressaltar, ainda, que durante a implementação desse método foram incluídas diversas etapas de verificação de viabilidade dos indivíduos gerados. Sendo assim, tal fator pode estar associado à elevação do tempo de execução do método para resolver o PMLBVR.

Apesar do elevado tempo observado na execução do NSGA-II modificado, sua comparação com os demais métodos deve ser feita de maneira cuidadosa, tendo em vista que este estudo considera métodos sequenciais e paralelos. De maneira complementar, é preciso destacar que também pode haver diferença entre as linguagens de programação

utilizadas, uma vez que o método exato foi implementado em C++, enquanto os métodos heurísticos foram implementados em Python, que tende a apresentar um desempenho um pouco inferior.

Já a HCBA, com sua construção de soluções a partir de processos aleatórios, foi o método que apresentou os resultados mais competitivos para o PMLBVR. Observa-se que a qualidade dos resultados independe da característica do método, uma vez que as versões da heurística apresentam diferentes tamanhos de iteração e critérios de parada, além do mecanismo de paralelismo do código não ter sido incluído na HCBA-V1.

Diante da baixa amplitude da métrica de desempenho  $HV$  observada entre os resultados das diferentes versões da HCBA, vale-se do desempenho do método em relação ao tempo computacional para apontar a HCBA-V3 como a versão da heurística que deveria ser escolhida para a obtenção de soluções de alta qualidade em instâncias reais do problema estudado.

## 5.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram abordadas a definição das instâncias e a calibração de parâmetros das duas versões do NSGA-II implementadas, fundamental no fornecimento de um conjunto de parâmetros que possibilite o melhor resultado para o método frente a um esforço computacional razoável. Também foram apresentados os resultados obtidos a partir da implementação do método exato  $\epsilon$ -Constraint e dos métodos heurísticos NSGA-II modificado e as diferentes versões da HCBA (HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3) para solucionar o PMLBVR. Os experimentos computacionais foram realizados com base no modelo matemático (4.1) – (4.15) da Seção 4.1 e aplicados às 20 instâncias definidas na Tabela 5.1 da Seção 5.1.

Para solução das instâncias utilizando o método exato determinou-se uma restrição de tempo, estabelecendo um limite de uma hora para cada iteração. O mesmo tipo de restrição foi aplicado aos métodos heurísticos, neste caso em relação ao tempo total da instância. Com isso, o método exato obteve o Pareto Ótimo para nove instâncias. Nos demais casos, foi identificado  $GAP$  residual em ao menos uma iteração do método.

Quanto aos métodos heurísticos, não foi possível obter soluções em 6 das 20 instâncias com o NSGA-II modificado, uma vez que o método teve sua execução finalizada em função do limite de tempo estabelecido. Considerando as diferentes versões da heurística proposta, os resultados obtidos com a HCBA-V1 se mostram superiores no que tange à métrica de desempenho  $HV$ , em relação às demais. Contudo, essa versão foi

a que apresentou o maior tempo computacional de execução em relação às três versões propostas. Entre as três versões, a que apresentou menor tempo computacional foi a HCBA-V3, com isso, pode-se afirmar que esse método é o mais indicado para replicação em problemas reais de grande porte.

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho foi motivado por um problema real da cidade do Rio de Janeiro, que tem o CBMERJ como órgão responsável pelo serviço médico de emergência. Como os eventos que dão origem às chamadas de emergência são de natureza incerta, especialmente quanto ao momento e a localização, e impactam diretamente o cotidiano das pessoas, é de fundamental importância que o atendimento de emergência esteja preparado para atuar de maneira eficaz. Para tanto, esses serviços demandam um planejamento que garanta a localização efetiva dos recursos disponíveis, minimizando o tempo de resposta aos atendimentos e otimizando o socorro prestado aos cidadãos.

Com base nas discussões levantadas nos Capítulos 1, 2 e 3 e diante da necessidade de solucionar questões dessa natureza, surgiram adaptações do Problema de Localização das Facilidades, amplamente abordado na literatura, empregadas na localização de bases de veículos de resgate. Como problemas reais, normalmente, envolvem múltiplos critérios, o objetivo principal deste trabalho foi apresentar contribuições para o Problema de Localização de Bases de Veículos de Resgate, avaliado sob a ótica de uma nova abordagem multiobjetivo.

Uma nova modelagem matemática multiobjetivo foi proposta, em cumprimento ao que foi definido no objetivo específico (i) definido na Seção 1.2. O modelo contempla como funções objetivo: i) a maximização da cobertura da população e dos pontos de demanda com maior número de ocorrências (gerais e de acidentes de trânsito); e ii) a minimização do número de bases de veículos de resgate abertas. Além disso, o modelo proposto preza, ainda, pela garantia da redução de desperdício de recursos, tendo em vista que inclui uma restrição que assegura que o número de veículos utilizados seja o mínimo necessário para atender a demanda de determinada base.

Um conjunto de 20 instâncias foi criado para o PMLBVR a partir de um processo aleatório de geração de dados, em atenção ao proposto no objetivo específico (ii). No entanto, apesar da aleatoriedade empregada, foram conservadas características similares às encontradas nos dados reais obtidos ao longo dos três anos junto ao CBMERJ. Tais instâncias foram criadas com diferentes tamanhos e características com a finalidade de avaliar a efetividade dos métodos de solução propostos frente a diferentes configurações e tamanhos de problemas.

Seis métodos de solução foram implementados para o problema estudado, sendo um exato ( $\epsilon$ -Constraint) e cinco heurísticos, conforme estipulado nos objetivos

específicos (iii), (iv), (v) e (vii). Os métodos heurísticos aplicados foram duas versões do algoritmo NSGA-II, uma original e outra modificada, e três versões de uma heurística construtiva baseada em aleatoriedade (HCBA).

Enquanto o método exato  $\epsilon$ -Constraint foi implementado em linguagem de programação C++ e as bibliotecas do CPLEX 12.8 (IBM, 2018) foram utilizadas para solução dos modelos matemáticos, os demais métodos de solução (métodos heurísticos) foram implementados em linguagem de programação Python. Vale destacar que as diferenças nas linguagens de implementação, assim como a utilização de Threads e mecanismos de paralelização do código, foram consideradas durante a análise dos resultados obtidos pelos métodos.

Diante da limitação de tempo de execução imposta ao  $\epsilon$ -Constraint, obteve-se o Pareto Ótimo para nove das vinte instâncias. Os resultados alcançados indicam que o método exato foi eficiente para as instâncias menores (de pequeno porte), no entanto, seu tempo de execução cresceu significativamente com o aumento do tamanho das instâncias.

Frente à necessidade de implementação de métodos heurísticos na tentativa de viabilizar a solução de problemas de grande porte, a versão original do algoritmo NSGA-II foi implementada. No entanto, ao realizar a calibração de parâmetros do método, conforme definido no objetivo específico (vi), foram identificados forte indicativos de baixa diversidade e resultados insatisfatórios, mesmo para instâncias de pequeno porte, o que inviabilizou sua aplicação às demais instâncias.

Na tentativa de solucionar os problemas identificados na aplicação do NSGA-II original ao PMLBVR, uma versão modificada desse método foi proposta com mudanças na estrutura dos cromossomos e na geração de população inicial, além de estratégias personalizadas para os operadores de cruzamento e mutação. Ainda assim os resultados obtidos foram insatisfatórios, uma vez que, com o aumento no tamanho das instâncias, houve uma diminuição da qualidade das soluções. Ademais, esse método foi o que apresentou o maior tempo médio de execução, possivelmente em função do significativo aumento de tempo necessário para garantir a viabilidade das soluções geradas.

Em contrapartida, a HCBA foi o método que apresentou os menores tempos computacionais dentre aqueles testados, mesmo para a versão que não contempla a utilização de mecanismos de paralelização no código, implementada em atenção ao objetivo específico (viii). Apesar das três versões apresentarem resultados competitivos, a comparação de resultados proposta no objetivo específico (ix) indica que a HCBA-V3 foi a que obteve o melhor custo-benefício entre os métodos implementados, se valendo

da paralelização de processos para reduzir consideravelmente o tempo de execução, enquanto mantém a qualidade das soluções, mesmo diante do aumento no tamanho das instâncias.

Com base nos resultados obtidos e nas dificuldades observadas durante este estudo, é possível elencar algumas recomendações para trabalhos futuros. Acredita-se que, em um trabalho futuro, o tempo demandado para gerar resultados de qualidade com o NSGA-II modificado possa ser amenizado pela implementação de mecanismos de paralelização do código, assim como na HCBA-V2 e HCBA-V3. Além disso, novos métodos heurísticos podem ser implementados para solucionar o PMLBVR e ter seus resultados comparados aos propostos neste trabalho, no intuito de identificar o método mais adequado para solucionar problemas similares.

Outra recomendação para trabalhos futuros trata da aplicação da modelagem matemática proposta a um estudo de caso que contemple instâncias reais. Com isso, seria possível analisar se a magnitude da população na função objetivo do modelo seria capaz de enviar o resultado, dado que o número total de ocorrências (sejam elas gerais ou de trânsito) pode ser bem menor em algumas situações.

Os diferentes aspectos acima evidenciados indicam que, com a aplicação da HCBA-V3 para solucionar o PMLBVR, é possível obter bons resultados inclusive para problemas de grande porte, como o sistema EMS de uma grande cidade brasileira. Acredita-se que este trabalho é capaz de subsidiar o planejamento de políticas públicas, tendo em vista que, com base na realidade governamental de limitação de recursos para abrir bases de veículos de resgate, o modelo apresentado é capaz de indicar em qual localização será possível cobrir o maior número de pessoas e de ocorrências. Com mais pessoas cobertas dentro de um padrão de tempo especificado previamente espera-se, ainda, diminuir as chances de agravamento do quadro clínico daqueles que aguardam por socorro.

Cabe ainda destacar que esta pesquisa já resultou em diversos trabalhos científicos, além de premiações. A maior parte desses trabalhos são diretamente relacionados ao tema de estudo apresentado nesta tese. Outros, no entanto, são referentes a problemas de localização de facilidades, problemas multiobjetivo e métodos de solução heurísticos e metaheurísticos, assuntos correlatos ao tema abordado neste trabalho. Há ainda, aqueles referentes a outras pesquisas realizadas. Diante disso, é apresentado a seguir um resumo das contribuições científicas já publicadas:

- Artigos em revistas internacionais: i) FERRARI *et al.* (2018a); ii) VIEIRA *et al.* (2020); e iii) CAMARA *et al.* (2022) – em revisão;
- Artigos em revistas nacionais: iv) FERRARI *et al.* (2018b); e v) FERRARI *et al.* (2020);
- Artigos em congressos nacionais: vi) FERRARI *et al.* (2017); vii) CAMARA *et al.* (2017); viii) FERRARI *et al.* (2018c); ix) FONTOURA *et al.* (2018); x) FERRARI *et al.* (2019); xi) VIEIRA *et al.* (2019); e xii) CAMARA *et al.* (2020);
- Resumos em congressos internacionais: xiii) VIEIRA *et al.* (2018); xiv) CAMARA *et al.* (2019); xv) RIBEIRO *et al.* (2019); e xvi) CAMARA *et al.* (2021); e
- Prêmios recebidos: xvii) Prêmio ANPET 2017 de Produção Científica – Área Logística; e xviii) Prêmio ANPET 2019 de Produção Científica – Área Engenharia de Tráfego.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAHAM, A.; JAIN, L., 2005, *Evolutionary multiobjective optimization*. Springer.
- ABOUELJINANE, L.; SAHIN, E.; JEMAI, Z.; MARTY, J., 2014, “A simulation study to improve the performance of an emergency medical service: Application to the French Val-de-Marne department”. *Simulation Modeling Practice and Theory*, v. 47, pp. 46-59.
- AFSHARI, H.; SHARAFI, M.; ELMEKKAWY, T.; PENG, Q., 2014 “Optimizing multi-objective dynamic facility location decisions within green distribution network design”. *Procedia CIRP*, v. 17, pp. 675–679.
- AHMADI-JAVID, A.; SEYEDI, P.; SYAM, S. S., 2017, “A survey of healthcare facility location”. *Computers & Operations Research*, v. 79, pp. 223-263.
- ALBA, E.; LUQUE, G.; NESMACHNOW, S., 2013, “Parallel metaheuristics: recent advances and new trends”. *International Transactions in Operational Research*, v. 20, n. 1, pp. 1-48.
- ALSALLOUM, O. I.; RAND, G. K., 2006, “Extensions to emergency vehicle location models”. *Computer & Operations Research*, v. 33, n. 9, pp. 2725-2743.
- ALUMUR, S. A.; YAMAN, H.; KARA, B. Y., 2012, “Hierarchical multimodal hub location problem with time-definite deliveries”. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 48, n. 6, pp. 1107-1120.
- AMPONSAH, S. K.; AMOAKO, G.; DARKWAH, K. F.; AGYEMAN, E., 2011, “Location of ambulance emergency medical service in the Kumasi metropolis, Ghana”. *African Journal of mathematics and computer science research*, v. 4, n. 1, pp. 18-26.
- ANSARI, S.; MCLAY, L. A.; MAYORGA, M. E., 2015, “A maximum expected covering problem for district design”. *Transportation Science*, pp. 1-15.
- ANSBRO, D.; WANG, Q., 2013, “A facility location model for socio-environmentally responsible decision-making”, *Journal of Remanufacturing*, v. 3, n. 1, pp. 1-13.
- ANTUNES, C. H.; OLIVEIRA, E.; LIMA, P., 2014, “A multi-objective GRASP procedure for reactive power compensation planning”. *Optimization and Engineering*, v. 15, n. 1, pp.199-215.
- ARABANI, A. B.; FARAHANI, R. Z., 2012, “Facility location dynamics: An overview of classifications and applications”. *Computers & Industrial Engineering*, v. 62, n. 1, pp. 408-420.

- ARAZ, C.; SELIM, H.; OZKARAHAN, I., 2007, "A fuzzy multi-objective covering-based vehicle location model for emergency services". *Computers & Operations Research*, v. 34, n. 3, pp. 705-726.
- AVERSA, R.; BOTTER, R. C.; HARALAMBIDES, H. E.; YOSHIZAKI, H. T. Y., 2005, "A mixed integer programming model on the location of a hub port in the east coast of South America". *Maritime Economics & Logistics*, v.7, n. 1, pp. 1-18.
- AYTUG, H.; SAYDAM, C., 2002, "Solving large-scale maximum expected covering location problems by genetic algorithms: a comparative study". *European Journal of Operational Research*, v. 141, n. 3, pp. 480-494.
- BABAEI, A.; SHAHANAGHI, K., 2017, "A new model for planning the distributed facilities locations under emergency conditions and uncertainty space in relief logistics". *Uncertain Supply Chain Management*, v. 5, n. 2, pp. 105-125.
- BABU, B. V.; CHAKOLE, P. G.; MUBEEN, J. S., 2005, "Multiobjective Differential Evolution (MODE) for optimization of adiabatic styrene reactor". *Chemical Engineering Science*, v. 60, n. 17, pp. 4822-4837.
- BADRI, M. A.; MORTAGY, A. K.; ALSAYED, C. A., 1998, "A multi-objective model for locating fire stations". *European Journal of Operational Research*, v. 110, n. 2, pp. 243-260.
- BALCIK, B.; BEAMON, B. M., 2008, "Facility location in humanitarian relief". *International Journal of Logistics*, v. 11, n. 2, pp.101-121.
- BALL, M. O.; LIN, F. L., 1993, "A reliability model applied to emergency service vehicle location". *Operations research*, v. 41, n. 1, pp. 18-36.
- BANDARA, D.; MAYORGA, M. E.; MCLAY, L., 2014, "Priority dispatching strategies for EMS systems". *Journal of the Operational Research Society*, v. 65, pp. 572-587.
- BAÑOS, R.; ORTEGA, J.; GIL, C.; MÁRQUEZ, A. L.; DE TORO, F., 2013, "A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows". *Computers & Industrial Engineering*, v. 65, n. 2, pp. 286-296.
- BARBOSA, A. M.; RIBEIRO, L. D. C.; ARANTES, J. M. D. O., 2010, "Algoritmo genético multiobjetivo: sistema adaptativo com elitismo". In: *Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications*, pp. 940-945, Serra Negra, SP, Brasil.
- BAŞAR, A., ÇATAY, B., ÜNLÜYURT, T., 2011, "A multi-period double coverage approach for locating the emergency medical service stations in Istanbul". *Journal*

- of the Operational Research Society*, v. 62, n. 4, pp. 627-637.
- BASU, S., SHARMA, M., GHOSH, P. S., 2015, “Metaheuristic applications on discrete facility location problems: a survey”. *Opsearch*, v. 52, n. 3, pp. 530-561.
- BATTA, R.; DOLAN, J. M.; KRISHNAMURTY, N. N., 1989, “The maximal expected covering location problem: revisited”. *Transportation Science*, v. 23, pp. 277-287.
- BÉLANGER, V.; KERGOSIEN, Y.; RUIZ, A.; SORIANO, P., 2016, “An empirical comparison of relocation strategies in real-time ambulance fleet management”. *Computers & Industrial Engineering*, v. 94, pp. 216-229.
- BELARDO, S.; HARRALD, J.; WALLACE, W. A.; WARD, J., 1984, “A partial covering approach to siting response resources for major maritime oil spills”. *Management Science*, v. 30, n. 10, pp. 1184-1196.
- BERALDI, P.; BRUNI, M. E., 2009, “A probabilistic model applied to emergency service vehicle location”. *European Journal of Operational Research*, v. 196, n. 1, pp. 323-331.
- BERALDI, P.; BRUNI, M. E.; CONFORTI, D., 2004, “Designing robust emergency medical service via stochastic programming”. *European Journal of Operational Research*, v. 158, n. 1, pp. 183-193.
- BERGE, C., 1957, “Two theorems in graph theory”. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 43, n. 9, pp. 842-844.
- BERMAN, O.; HAJIZADEH, I.; KRASS, D., 2013, “The maximum covering problem with travel time uncertainty”. *IIE Transactions*, v. 45, n. 1, pp. 81-96.
- BIANCHI, G.; CHURCH, R. L., 1988, “A hybrid FLEET model for emergency medical service system design”. *Social science & medicine*, v. 26, n. 1, pp. 163-171.
- BRANDEAU, M. L.; CHIU, S. S., 1989, “Overview of Representative Problems”. *Management Science*, v. 6, n. 35, pp. 645-674.
- BRANKE, J.; BRANKE, J.; DEB, K.; MIETTINEN, K.; SLOWIŃSKI, R. (Eds.), 2008, *Multiobjective optimization: Interactive and evolutionary approaches*, v. 5252. Springer Science & Business Media.
- BRASIL, 2018, *Aspectos fiscais da saúde no Brasil*. Ministério da Economia. Secretaria do Tesouro Nacional. Brasília, DF, 2018.
- BROTCORNE, L.; LAPORTE, S. G.; SEMET, F., 2003, “Ambulance location and relocation models”. *European Journal of Operational Research*, v. 147, pp. 451–463.
- CAMARA, M. V. O., 2016, *Modelagem matemática para localização de unidades de*

*apoio para auxiliar pesquisas de tráfego rodoviário com múltiplos estágios*. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Transportes, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Programa de Engenharia de Transportes, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 95 p.

CAMARA, M. V. O., 2021, *Abordagens multiobjetivo para alguns problemas de localização de facilidades*. Tese de Doutorado em Engenharia de Transportes, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Programa de Engenharia de Transportes, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 207 p.

CAMARA, M. V. O., FERRARI, T., RIBEIRO, G. M., 2019, “A Multiobjective Support Unit Location Problem to Assist Roadside Traffic Survey with Multistages”. In: *30th European Conference on Operational Research*, Dublin, Ireland. EURO, jun.

CAMARA, M. V. O.; FERRARI, T.; VIEIRA, B. S.; NASSI, C. D.; ABREU, V. H. S., 2017, “Estudo de Tempos de Viagem Motivo Casa-Trabalho no Município do Rio de Janeiro”. In: *XXXI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, v. 31, pp. 2535-2546, Recife, PE, Brasil. ANPET, out.

CAMARA, M. V. O.; FERRARI, T.; VIEIRA, B. S.; QUADROS, S. G. R.; ABRAMIDES, C. A.; DE OLIVEIRA NUNES, A.; JÚNIOR, N. F. R. C., 2020, “Abordagem multiobjetivo para localização de contadores de tráfego em redes de transporte”. In *XXXIV Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes-ANPET*, v. 34, pp. 2660-2671, Brasil. ANPET, nov.

CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M., 2019, “The support unit location problem to road traffic surveys with multi-stages”. *RAIRO-Operations Research*, v. 53, n. 4, pp. 1109-1127.

CAMARA, M. V. O., RIBEIRO, G. M., FERRARI, T., 2021, “A modified NSGAII for the multiobjective problem of support unit location for multi-stage road traffic surveys”. In: *22nd Conference of the International Federation of Operational Research Societies*, Seoul, South Korea, Aug. IFORS.

CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M.; TOSTA, M. D. C. R., 2018, “A pareto optimal study for the multi-objective oil platform location problem with NSGA-II”. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 169, pp. 258-268.

CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M.; QUADROS, S. G. R.; HORA, A.; NASCIMENTO, J. F.; ABRAMIDES, C. A., 2016, “Modelagem matemática

- aplicada no planejamento de pesquisa de tráfego rodoviário”. *Revista Produção Online*, v. 16, n. 2, pp. 722-742.
- CAMARA, M. V. O.; VIEIRA, B. S.; FERRARI, T.; QUADROS, S. G. R.; RIBEIRO, G. M., 2022, “Bi-objective traffic counting Location approaches using previous seed origin-destination trip table information”. *Expert systems with applications* (submetido).
- CASTAÑEDA, C.; VILLEGAS, J. G., 2017, “Analyzing the response to traffic accidents in Medellín, Colombia, with facility location models”. *IATSS Research*, v. 41, n. 1, pp. 47-56.
- CBMERJ – Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro, 2022, Anuário Estatístico do Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro: 2020 / CBMERJ. Disponível em: < <https://www.cbmerj.rj.gov.br/anoario>>. Acesso em: jun/2022.
- CHAERANI, D.; ADAWIYAH, S. R.; LESMANA, E., 2019, “Robust Optimization Model for Bi-objective Emergency Medical Service Design Problem with Demand Uncertainty”. *Jurnal Teknik Industri*, v. 20, n. 2, pp. 95-104.
- CHANKONG, V.; HAIMES, Y. Y., 2008, *Multiobjective decision making: theory and methodology*. Courier Dover Publications.
- CHANTA, S.; MAYORGA, M. E.; MCLAY, L. A., 2014, “Improving emergency service in rural areas: a bi-objective covering location model for EMS systems”. *Annals of Operations Research*, v. 221, n. 1, pp. 133-159.
- CHAVES, A. A.; CORREA, F. A.; LORENA, L. A. N., 2007, “Clustering Search Heuristic for the Capacitated p-Median Problem”. *Springer Advances in Software Computing Series*, n. 44, pp. 136-143.
- CHENG, Y. H.; LIANG, Z. X., 2014, “A strategic planning model for the railway system accident rescue problem”. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 69, pp. 75-96.
- CHERAGHALIPOUR, A.; PAYDAR, M. M.; HAJIAGHAEI-KESHTELI, M., 2018, “A bi-objective optimization for citrus closed-loop supply chain using Pareto-based algorithms”. *Applied Soft Computing*, v. 69, pp. 33-59.
- CHURCH, R.; REVELLE, C., 1974, “The maximal covering location problem”. *Papers in Regional Science*, v. 32, n. 1, pp. 101-118.
- COELLO, C. A. C.; LAMONT, G. B.; VAN VELDHUIZEN, D. A., 2007, *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*, v. 5, pp. 79-104. Springer, New

York.

- COHON, J. L., 1978, *Multiobjective Programming and Planning*. Academic Press, New York.
- CORNE, D. W.; KNOWLES, J. D.; OATES, M. J., 2000, "The Pareto envelope-based selection algorithm for multiobjective optimization". In: *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, pp. 839-848. Springer, Berlin.
- CORNE, D. W.; JERRAM, N. R.; KNOWLES, J. D.; OATES, M. J., 2001, "PESA-II: Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization". In *Proceedings of the 3rd Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, pp. 283-290. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- COSTA, M. G.; CAPTIVO, M. E.; CLÍMACO, J., 2008, "Capacitated single allocation hub location problem - A bi-criteria approach". *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 11, pp. 3671-3695.
- CRAINIC, T.; LAPORTE, G., 1997, "Planning Models for Freight Transportation". *European Journal of Operational Research*, n. 97, pp. 409-438.
- DANTRAKUL, S.; LIKASIRI, C.; PONGVUTHITHUM, R., 2014, "Applied  $p$ -median and  $p$ -center algorithms for facility location problems". *Expert Systems with Applications*, v. 41, pp. 3596-3604.
- DAS, S.; SUGANTHAN, P. N., 2010, "Differential evolution: A survey of the state-of-the-art". *IEEE transactions on evolutionary computation*, v. 15, n. 1, pp. 4-31.
- DASKIN, M. S., 1982, "Application of an expected covering model to emergency medical service system design". *Decision Sciences*, v. 13, n. 3, pp. 416-439.
- DASKIN, M. S., 1983, "A maximum expected covering location model: formulation, properties and heuristic solution". *Transportation Science*, v. 17, n. 1, pp. 48-70.
- DASKIN, M. S.; STERN, E. H., 1981, "A hierarchical objective set covering model for emergency medical service vehicle deployment". *Transportation Science*, v. 15, pp. 137-152.
- DATTA, R.; REGIS, R. G., 2016, "A surrogate-assisted evolution strategy for constrained multi-objective optimization", *Expert Systems with Applications*, v. 57, pp. 270-284.
- DEB, K., 2001, *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. v. 16. John Wiley & Sons.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A. M. T., 2002, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II". *IEEE Transactions on*

*Evolutionary Computation*, v. 6, n. 2, pp. 182-197.

- DEGEL, D.; WIESCHE, L.; RACHUBA, S.; WERNERS, B., 2015, "Time-dependent ambulance allocation considering data-driven empirically required coverage". *Health care management science*, v. 18, n. 4, pp. 444-458.
- DIAZ, J. A.; FERNANDEZ, E., 2006, "Hybrid Scatter Search and Path Relinking for the Capacitated p-Median Problem". *European Journal of Operational Research*, n. 169, pp. 570-585.
- DIBENE, J. C.; MALDONADO, Y.; VERA, C.; DE OLIVEIRA, M.; TRUJILLO, L.; SCHÜTZE, O., 2017, "Optimizing the location of ambulances in Tijuana, Mexico". *Computers in biology and medicine*, v. 80, pp. 107-115.
- DOERNER, K. F.; GUTJAHR, W. J.; HARTL, R. F.; KARALL, M.; REIMANN, M., 2005, "Heuristic solution of an extended double-coverage ambulance location problem for Austria". *Central European Journal of Operations Research*, v. 13, n. 4, pp. 325-340.
- DREZNER, Z., 1995, "Dynamic facility location: The progressive p-median problem". *Location Science*, v. 3, n. 1, pp. 1-7.
- EATON, D. J.; DASKIN, M. S.; SIMMONS, D.; BULLOCH, B.; JANSMA, G., 1985, "Determining emergency medical service vehicle deployment in Austin, Texas". *Interfaces*, v. 15, n. 1, pp. 96-108.
- EHRGOTT, M.; GANDIBLEUX, X., 2004, "Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization". *Top*, v. 12, n. 1, pp. 1-63.
- EISELT, H. A., 2006, "Locating landfills and transfer stations in Alberta". *INFOR: Information Systems and Operational Research*, v. 44, n. 4, pp. 284-298.
- EISELT, H. A.; MARIANOV, V., 2015, "Location modeling for municipal solid waste facilities". *Computers & Operations Research*, v. 62, pp. 305-315.
- EL ITANI, B.; ABDELAZIZ, F. B.; MASRI, H., 2019, "A Bi-objective Covering Location Problem: Case of ambulance location in the Beirut area, Lebanon". *Management Decision*, v. 57, n. 2, pp. 432-444.
- ERKUT, E.; INGOLFSSON, A.; ERDOĞAN, G., 2008, "Ambulance location for maximum survival". *Naval Research Logistics*, v. 55, n. 1, pp. 42-58.
- ETEMADNIA, H.; GOETZ, S. J.; CANNING, P.; TAVALLALI, M. S., 2015, "Optimal wholesale facilities location within the fruit and vegetables supply chain with bimodal transportation options: An LP-MIP heuristic approach". *European Journal of Operational Research*, v. 244, n. 2, pp. 648-661.

- FALLAH, H.; NAIMISADIGH, A.; ASLANZADEH, M., 2009, “Covering problem”. In: Farahani, R. Z., Hekmatfar, M. (eds), *Facility location: Concepts, models, algorithms and case studies*, chapter 6, Heidelberg, Germany, Physica Verlag.
- FARAHANI, R. Z.; ASGARI, N.; HEIDARI, N.; HOSSEININIA, M.; GOH, M., 2012, “Covering problems in facility location: A review”. *Computers & Industrial Engineering*, v. 62, pp. 368-407.
- FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M.; FAHIMNIA, B.; KAZEMZADEH, N., 2014, “Hierarchical facility location problem: Models, classifications, techniques, and applications”. *Computers & Industrial Engineering*, v. 68, pp. 104-117.
- FARAHANI, R. Z.; STEADIESEIFI, M.; ASGARI, N., 2010, “Multiple criteria facility location problems: A survey”. *Applied Mathematical Modelling*, v. 34, n. 7, pp. 1689-1709.
- FELFEL, H.; AYADI, O.; MASMOUDI, F., 2016, “A decision-making approach for a multi-objective multisite supply network planning problem”. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, v. 29, n. 7, pp. 754-767.
- FERRARI, T.; CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M., 2018c, “Análise para replanejamento da localização de bases de despacho de veículos de resgate: um estudo de caso no município do Rio de Janeiro”. In: *XXXII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, v. 32, pp. 2212-2223, Gramado, RS, Brasil. ANPET, nov.
- FERRARI, T.; CAMARA, M. V. O.; NASSI, C. D.; RIBEIRO, G. M.; COSTA JUNIOR, R. R.; RIBEIRO JÚNIOR, C.; BILATE, A., 2018a, “Analysis of the location of rescue ambulance dispatch bases: a case study in Rio de Janeiro, Brazil”. *Geographical Analysis*, v. 50, n. 4, pp. 397-421.
- FERRARI, T.; CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M., 2020, “Replanejamento de Bases de Despacho de Veículos de Resgate: um Estudo de Caso no Rio de Janeiro – Brasil”. *Revista GEPROS – Gestão da Produção, Operações e Sistemas*, v. 15, n. 2, pp. 369-390.
- FERRARI, T.; PEREIRA, T. F.; CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M., 2019, “Previsão de demanda para atendimentos de emergência relacionados a acidentes de trânsito em grandes cidades: um estudo de caso no Rio de Janeiro”. In *XXXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, v. 33, pp. 1-12, Balneário Camboriú, SC, Brasil.
- FERRARI, T.; VIEIRA, B. S.; CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M.; NASSI, C. D., 2017, “Uma Avaliação Multiobjetivo de Atendimentos de Emergência com Base

- na População, no Número de Ocorrências e na Distância Percorrida pelos Veículos de Resgate”. In: *XXXI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, v. 31, pp. 1682-1693, Recife, PE, Brasil. ANPET, out.
- FERRARI, T.; VIEIRA, B. S.; CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M.; NASSI, C. D., 2018b, “Uma avaliação multiobjetivo de atendimentos de emergência com base na população, no número de ocorrências e na distância percorrida pelos veículos de resgate”. *Transportes*, v. 26, n. 3, pp. 145-158.
- FERRI, G. L.; CHAVES, G. L. D.; RIBEIRO, G. M., 2015, “Reverse logistics network for municipal solid waste management: The inclusion of waste pickers as a Brazilian legal requirement”. *Waste Management*, v. 40, pp. 173-191.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J., 1993, “Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization”. In: *Genetic Algorithms: Proceedings of the Fifth International Conference*, v. 93, pp. 416-423.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J., 1995, “An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization”. *Evolutionary Computation Journal*, v. 3, n. 1, pp. 1-16.
- FONTOURA, W. B.; FERRARI, T.; RIBEIRO, G. M.; NASSI, C. D., 2018, “Análise da Capacidade de Atendimento de Atrações Turísticas por meio de Simulação Discreta: um Estudo de Caso no Bondinho do Pão de Açúcar”. In *XXV Simpósio de Engenharia de Produção*, v. 25, pp. 1-14, Bauru, SP, Brasil. SIMPEP, nov.
- FRANCA, R. B.; JONES, E. C.; RICHARDS, C. N.; CARLSON, J. P., 2010, “Multi-objective stochastic supply chain modeling to evaluate tradeoffs between profit and quality”. *International Journal of Production Economics*, v. 127, n. 2, pp. 292-299.
- GALVÃO, R. D.; CHIYOSHI, F. Y.; MORABITO, R., 2005, “Towards unified formulations and extensions of two classical probabilistic location models”. *Computers & Operations Research*, v. 32, n. 1, pp. 15-33.
- GALVÃO, R. D.; REVELLE, C., 1996, “A Lagrangean heuristic for the maximal covering location problem”. *European Journal of Operational Research*, v. 88, n. 1, pp. 114-123.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S., 1979, *Computers and Intractability: a Guide to the Theory of NP-Completeness*. San Francisco, Freeman.
- GELAREH, S.; MONEMI, R. N.; NICKEL, S., 2015, “Multi-period hub location problems in transportation”. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 75, pp. 67-94.

- GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; SEMET, F., 1997, "Solving an ambulance location model by tabu search". *Location science*, v. 5, n. 2, pp. 75-88.
- GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; SEMET, F., 2006, "The maximal expected coverage relocation problem for emergency vehicles". *Journal of the Operational Research Society*, v. 57, n. 1, pp. 22-28.
- GENDREAU, M.; POTVIN, J. Y., 2005, "Metaheuristics in combinatorial optimization". *Annals of Operations Research*, v. 140, n. 1, pp. 189-213.
- GHOSH, A.; CRAIG, C. S., 1984, "A location allocation model for facility planning in a competitive environment". *Geographical analysis*, v. 16, n. 1, pp. 39-51.
- GLOVER, F., 1986, "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence". *Computers Operations Research*, v. 13, n. 5, pp. 533-549.
- GOGNA, A.; TAYAL, A., 2013, "Metaheuristics: review and application". *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, v. 25, n. 4, pp. 503-526.
- GOLDBERG, D. E.; HOLLAND, J. H., 1988, "Genetic algorithms and machine learning", *Machine Learning*, v. 3, n. 2, pp. 95-99.
- GOLDBERG, J. B.; DIETRICH, R.; CHEN, J. M.; MITWASI, M. G.; VALENZUELA, T.; CRISS, E., 1990, "Validating and applying a model for locating emergency medical vehicles in Tucson, AZ". *European Journal of Operational Research*, v. 49, pp. 308-324.
- GRANDI, F. K., 2003, *Otimização por inteligência de enxames: algoritmos Ant Colony e Particle Swarm*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 125 p.
- GUIMARÃES, M. M.; MARTINS, F. V. C., 2018, "A Multiobjective Approach Applying in a Brazilian Emergency Medical Service". In *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2018)*, pp. 1-8.
- GUIMARÃES, V. A.; RIBEIRO, G. M.; AZEVEDO-FERREIRA, M., 2018, "Mapping of the Brazilian scientific publication on facility location". *Pesquisa Operacional*, v. 38, n. 2, p. 307-330.
- GUIMARÃES, V. D. A.; RIBEIRO, G. M.; FORTE, V. L. D.; LUCENA, A., 2017, "A location-allocation model for logistics integration centers". *International Journal of Transport Economics*, v. 44, n. 2, pp. 273-291.
- HAIMES, Y.; LADSON, L. S.; DA WISMER, D. A., 1971, "On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization". *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 1, n. 3, pp. 296-297.

- HAJELA, P.; LIN, C. Y., 1992, "Genetic search strategies in multicriterion optimal design", *Structural optimization*, v. 4, n. 2, pp. 99-107.
- HAKIMI, S. L., 1965, "Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems". *Operations Research*, v. 13, n. 3, pp. 462-475.
- HAREWOOD, S. I., 2002, "Emergency ambulance deployment in Barbados: a multi-objective approach". *Journal of the Operational Research Society*, v. 53, n. 2, pp. 185-192.
- HE, Z.; QIN, X.; XIE, Y.; GUO, J., 2018, "Service Location Optimization Model for Improving Rural Emergency Medical Services". *Transportation Research Record*, v. 2672, n. 32, pp. 83-93.
- HELLER, M.; COHON, J. L.; REVELLE, C. S., 1989, "The use of simulation in validating a multiobjective EMS location model". *Annals of Operations Research*, v. 18, n. 1, pp. 303-322.
- HO, Y. C.; PEPYNE, D. L., 2002, "Simple explanation of the no-free-lunch theorem and its implications". *Journal of optimization theory and applications*, v. 115, n. 3, pp. 549-570.
- HOCHBA, D. S., 1997, "Approximation algorithms for np-hard problems". *ACM Sigact News*, v. 28, n. 2, pp. 40-52.
- HOGAN, K.; REVELLE, C. S., 1986, "Concepts and applications of backup coverage". *Management Science*, v. 34, pp. 1434-1444.
- HORN, J.; NAFPLIOTIS, N.; GOLDBERG, D. E., 1994, "A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization". In: *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, IEEE World Congress on Computational Intelligence, v. 1, pp. 82-87. Citeseer.
- HOU, N.; YAN, X.; HE, F., 2019, "A survey on partitioning models, solution algorithms and algorithm parallelization for hardware/software co-design". *Design Automation for Embedded Systems*, v. 23, n. 1, pp. 57-77.
- HU, Q. M.; ZHAO, L.; LI, H.; HUANG, R., 2019, "Integrated design of emergency shelter and medical networks considering diurnal population shifts in urban areas". *IIE Transactions*, v. 51, n. 6, pp. 614-637.
- IAKOVOU, E.; IP, C. M.; DOULIGERIS, C.; KORDE, A., 1997, "Optimal location and capacity of emergency cleanup equipment for oil spill response". *European Journal of Operational Research*, v. 96, n. 1, pp. 72-80.

- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2011, Sinopse do Censo Demográfico 2010/IBGE. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9662-censo-demografico-2010.html?=&t=downloads>>. Acesso em: jan/2020.
- IBRI, S.; NOURELFATH, M.; DRIAS, H., 2012, “A multi-agent approach for integrated emergency vehicle dispatching and covering problem”. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 25, pp. 554-565.
- INGOLFSSON, A.; BUDGE, S.; ERKUT, E., 2008, “Optimal ambulance location with random delays and travel times”. *Health Care Management Science*, v. 11, pp. 262-274.
- JIA, H.; ORDÓÑEZ, F.; DESSOUKV, M. M., 2007a, “Solution approaches for facility location of medical supplies for large-scale emergencies”. *Computers & Industrial Engineering*, v. 52, pp. 257–276.
- JIA, H.; ORDÓÑEZ, F.; DESSOUKY, M., 2007b, “A modeling framework for facility location of medical services for large-scale emergencies”. *IIE Transactions*, v. 39, n. 1, pp. 41-55.
- JUSTO, C. M.; DUQUE, A. M.; LOPES, Q. S.; CARVALHO, E. S.; MORENO, A. C. C.; SILVA, R. S.; SANTOS, V. K. R.; BANDEIRA, G. F., 2017, “Acessibilidade em Unidade Básica de Saúde: a visão de usuários e profissionais”. *Revista de Saúde Coletiva da UEFS*, v. 7, n. 1, pp. 16-23.
- KERGOSIEN, Y.; BÉLANGER, V.; SORIANO, P.; GENDREAU, M.; RUIZ, A., 2015, “A generic and flexible simulation-based analysis tool for EMS management”. *International Journal of Production Research*, v. 53, n. 24, pp. 7299-7316.
- KITA, H.; YABUMOTO, Y.; MORI, N.; NISHIKAWA, Y., 1996, “Multi-objective optimization by means of the thermodynamical genetic algorithm”. In *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, pp. 504-512. Springer, Berlin, Heidelberg.
- KLOSE, A.; DREXL, A., 2005, “Facility location models for distribution system design”. *European Journal of Operational Research*, v. 162, pp. 4–29.
- KNIGHT, V. A.; HARPER, P. R.; SMITH, L., 2012, “Ambulance allocation for maximal survival with heterogeneous outcome measures”. *Omega*, v. 40, pp. 918-926.
- KNOWLES, J.; CORNE, D., 1999, “The pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for pareto multiobjective optimization”. In: *IEEE Proceedings*

- of the Congress on Evolutionary Computation (CEC 99)*, v. 1, pp. 98-105.
- KONAK, A.; COIT, D. W.; SMITH, A. E., 2006, "Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial", *Reliability Engineering & System Safety*, v. 91, n. 9, pp. 992-1007.
- KORDESTANI, J. K.; RANGINKAMAN, A. E.; MEYBODI, M. R.; NOVOA-HERNÁNDEZ, P., 2019, "A novel framework for improving multi-population algorithms for dynamic optimization problems: A scheduling approach". *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 44, pp. 788-805.
- KORUPOLU, M. R.; PLAXTON, C. G.; RAJARAMAN, R., 2000, "Analysis of a local search heuristic for facility location problems". *Journal of algorithms*, v. 37, n. 1, pp. 146-188.
- KUMAR, M.; HUSAIN, M.; UPRETI, N.; GUPTA, D., 2010, "Genetic algorithm: Review and application". *International Journal of Information Technology and Knowledge Management*, v. 2, n. 2, pp. 451-454.
- LABBÉ, M.; PONCE, D.; PUERTO, J., 2017, "A comparative study of formulations and solution methods for the discrete ordered p-median problem". *Computers & Operations Research*, v. 78, pp. 230-242.
- LI, H.; ZHANG, Q., 2009, "Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 13, n. 2, pp. 284-302.
- LI, M.; ZHENG, J., 2009, "Spread assessment for evolutionary multi-objective optimization". In: *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp. 216-230. Springer.
- LI, M.; ZHENG, J.; XIAO, G., 2008, "Uniformity assessment for evolutionary multi-objective optimization". In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence (CEC 2008)*, pp. 625-632.
- LI, X.; ZHAO, Z.; ZHU, X.; WYATT, T., 2011, "Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review". *Mathematical Methods of Operations Research*, v. 74, n. 3, pp. 281-310.
- LIMBOURG, S.; JOURQUIN, B., 2009, "Optimal rail-road container terminal locations on the European network". *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 45, n. 4, pp. 551-563.
- LIU, K.; LI, Q.; ZHANG, Z. H., 2019, "Distributionally robust optimization of an emergency medical service station location and sizing problem with joint chance

- constraints”. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 119, pp. 79-101.
- LIU, M.; YANG, D.; HAO, F., 2017, “Optimization for the locations of ambulances under two-stage life rescue in the emergency medical service: a case study in Shanghai, China”. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2017, pp. 1-14.
- LIU, Y.; ROSHANDEH, A. M.; LI, Z.; KEPAPTSOGLU, K.; PATEL, H.; LU, X., 2014, “Heuristic approach for optimizing emergency medical services in road safety within large urban networks”. *Journal of transportation engineering*, v. 140, n. 9, pp. 04014043/1–04014043/9.
- MACHARIS, C.; BONTEKONING, Y. M., 2004, “Opportunities for OR in intermodal freight transport research: A review”. *European Journal of Operational Research*, v. 153, n. 2, pp. 400-416.
- MCLAY, L. A.; MAYORGA, M. E., 2010, “Evaluating emergency medical service performance measures”. *Health care management science*, v. 13, n. 2, pp. 124-136.
- MALEKI, M.; MAJLESINASAB, N.; SEPEHRI, M. M., 2014, “Two new models for redeployment of ambulances”. *Computers & Industrial Engineering*, v. 78, pp. 271-284.
- MANDELL, M. B., 1998, “Covering models for two-tiered emergency medical services systems”. *Location Science*, v. 6, n. 1-4, pp. 355-368.
- MARIANOV, V., 2017, “Location models for emergency service applications”. *Tutorials in Operations Research*, INFORMS 2017, pp. 237-262.
- MARIANOV, V.; REVELLE, C., 1994, “The queuing probabilistic location set covering problem and some extensions”. *Socio-Economic Planning Sciences*, v. 28, n. 3, pp. 167-178.
- MARIANOV, V.; REVELLE, C., 1996, “The queuing maximal availability location problem: a model for the siting of emergency vehicles”. *European Journal of Operational Research*, v. 93, n. 1, pp. 110-120.
- MARLER, R.T.; ARORA, J.S., 2004, “Survey of multi-objective optimization methods for engineering”. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 26, n. 6, pp. 369-395.
- MARLER, R. T.; ARORA, J. S., 2010, “The weighted sum method for multi-objective optimization: new insights”. *Structural and multidisciplinary optimization*, v. 41, n. 6, pp. 853-862.
- MARTÍNEZ-SALAZAR, I. A.; MOLINA, J.; ÁNGEL-BELLO, F.; GÓMEZ, T.; CABALLERO, R., 2014, “Solving a bi-objective transportation location routing

- problem by metaheuristic algorithms”. *European Journal of Operational Research*, v. 234, n. 1, pp. 25-36.
- MATTSON, C. A.; MESSAC, A., 2005, “Pareto frontier based concept selection under uncertainty, with visualization”. *Optimization and Engineering*, v. 6, n. 1, pp. 85-115.
- MAVROTAS, G., 2009, “Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems”. *Applied mathematics and computation*, v. 213, n. 2, pp. 455-465.
- MELE, U. J.; GAMBARDILLA, L. M.; MONTEMANNI, R., 2021, “A new constructive heuristic driven by machine learning for the traveling salesman problem”. *Algorithms*, v. 14, n. 9, pp. 267.
- MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F., 2009, “Facility Location and Supply Chain Management – A Review”. *European Journal of Operational Research*, v. 2, n. 196, pp. 401–412.
- MEMARI, P.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; PARTOVI, M.; ZABIHIAN, A., 2018, “Fuzzy dynamic location-allocation problem with temporary multi-medical centers in disaster management”. *IFAC-PapersOnLine*, v. 51, n. 11, pp. 1554-1560.
- MIRJALILI, S.; JANGIR, P.; SAREMI, S., 2017, “Multi-objective ant lion optimizer: a multi-objective optimization algorithm for solving engineering problems”. *Applied Intelligence*, v. 46, n. 1, pp. 79-95.
- MIRJALILI, S.; LEWIS, A., 2015, “Novel performance metrics for robust multi-objective optimization algorithms”. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 21, pp. 1-23.
- MLADENOVIĆ, N.; LABBÉ, M.; HANSEN, P., 2003, “Solving the p-Center Problem with Tabu Search and Variable Neighborhood Search”. *Networks*, v. 42, n. 1, pp. 48- 64.
- MODIRI-DELSHAD, M.; RAHIM, N. A., 2016, “Multi-objective backtracking search algorithm for economic emission dispatch problem”. *Applied Soft Computing*, v. 40, pp. 479-494.
- MOEINI, M.; JEMAI, Z.; SAHIN, E., 2015, “Location and relocation problems in the context of the emergency medical service systems: a case study”. *Central European Journal of Operations Research*, v. 23, n. 3, pp. 641-658.
- MOHAMADI, A.; YAGHOUBI, S., 2017, “A bi-objective stochastic model for emergency medical services network design with backup services for disasters

- under disruptions: An earthquake case study”. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, v. 23, pp. 204-217.
- MOHRI, S. S.; AKBARZADEH, M.; MATIN, S. H. S., 2019, “A Hybrid model for locating new emergency facilities to improve the coverage of the road crashes”. *Socio-Economic Planning Sciences*, v. 69, pp. 100683.
- MUGGY, L.; STAMM, J. L. H., 2017, “Dynamic, robust models to quantify the impact of decentralization in post-disaster health care facility location decisions”. *Operations Research for Health Care*, v. 12, pp. 43-59.
- MURUGAN, P.; KANNAN, S.; BASKAR, S., 2009, “NSGA-II algorithm for multiobjective generation expansion planning problem”, *Electric Power Systems Research*, v. 79, n. 4, pp. 622-628.
- NAIR, R.; MILLER-HOOKS, E., 2009, “Evaluation of relocation strategies for emergency medical service vehicles”. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, n. 2137, pp. 63-73.
- NARZISI, G.; MYSORE, V.; MISHRA, B., 2006, “Multi-objective evolutionary optimization of agent-based models: An application to emergency response planning”. *Computational Intelligence*, v. 2006, pp. 224-230.
- NDIAVE, M.; ALFARES, H., 2008 “Modeling health care facility location for moving population groups”. *Computers & Operations Research*, v. 35, pp. 2154-2161.
- NEGREIROS, M.; PALHANO, A., 2006, “The capacitated centred clustering problem”. *Computers & Operations Research*, v. 33, n. 6, pp. 1639-1663.
- NIAKAN, F.; BABOLI, A.; MOYAU, T.; BOTTA-GENOULAZ, V., 2016, “A bi-objective model in sustainable dynamic cell formation problem with skill-based worker assignment”. *Journal of Manufacturing Systems*, v. 38, pp. 46-62.
- NICKEL, S.; REUTER-OPPERMANN, M.; SALDANHA-DA-GAMA, F., 2016, “Ambulance location under stochastic demand: A sampling approach”. *Operations Research for Health Care*, v. 8, pp. 24-32.
- NOGUEIRA, L. C.; PINTO, L. R.; SILVA, P. M. S., 2016, “Reducing Emergency Medical Service response time via the reallocation of ambulance bases”. *Health care management science*, v. 19, n. 1, pp. 31-42.
- OKIMOTO, T.; CLEMENT, M.; INOUE, K., 2013, “AOF-based algorithm for dynamic Multi-Objective distributed constraint optimization”. In: *International Workshop on Multi-disciplinary Trends in Artificial Intelligence*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 175-186.

- ORTIZ-ASTORQUIZA, C.; CONTRERAS, I.; LAPORTE, G., 2018, "Multi-level facility location problems". *European Journal of Operational Research*, v. 267, n. 3, pp. 791-805.
- OSMAN, I. H.; LAPORTE, G., 1996, "Metaheuristics: A bibliography". *Annals of Operations Research*, v. 63, n. 5, pp. 511-623.
- OSYCZKA, A., 1978, "An approach to multicriterion optimization problems for engineering design". *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 15, pp. 309-333.
- OSYCZKA, A., 1984, *Multicriterion Optimization in Engineering with Fortran Programs*, 1 ed., Ellis Horwood Limited, England.
- PARETO, V., 1964, *Cours d'économie politique*, v. 1. Librairie Droz.
- PAHO, 2018, *Saving lives: technical measures package for road safety*. Pan American Health Organization. Brasília, DF, Brazil.
- PEREIRA, R. P. T.; CAMARA, M. V. O.; RIBEIRO, G. M.; FILIMONAU, V., 2017, "Applying the facility location problem model for selection of more climate benign mega sporting event hosts: A case of the FIFA World Cups". *Journal of Cleaner Production*, v. 159, pp. 147-157.
- PSYCHAS, I. D.; MARINAKI, M.; MARINAKIS, Y., 2015, "A parallel multi-start NSGA II algorithm for multiobjective energy reduction vehicle routing problem". In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp. 336-350. Springer, Cham.
- PUCCINI, P. D.; CORNETTA, V. K., 2008, "Caseload profile in emergency services: sentinela events for monitoring primary health care". *Cadernos de Saúde Pública*, v. 24, n. 9, pp. 2032-2042.
- PULIDO, G. T.; COELLO, C. A. C., 2003, "The micro genetic algorithm 2: Towards online adaptation in evolutionary multiobjective optimization". In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp. 252-266.
- RAJAGOPALAN, H. K.; SAYDAM, C.; XIAO, J., 2008, "A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances". *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 3, pp. 814-826.
- RAO, C.; GOH, M.; ZHAO, Y.; ZHENG, J., 2015, "Location selection of city logistics centers under sustainability". *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 36, pp. 29-44.
- REPEDE, J. F.; BERNARDO, J. J., 1994, "Developing and validating a decision support

- system for locating emergency medical vehicles in Louisville, Kentucky”. *European Journal of Operational Research*, v. 75, pp. 567-581.
- REVELLE, C., 1993, “Facility siting and integer-friendly programming”. *European Journal of Operational Research*, v. 65, n. 2, pp. 147-158.
- REVELLE, C.; HOGAN, K., 1988, “A reliability-constrained siting model with local estimates of busy fractions”. *Environment and Planning B: Planning and Design*, v. 15, n. 2, pp. 143-152.
- REVELLE, C. S.; HOGAN, K., 1989, “The maximum availability location problem”. *Transportation Science*, v. 23, n. 3, pp. 192-200.
- RIBEIRO, G. M., FERRARI, T., CAMARA, M. V. O., 2019, “A Pareto Analysis for the Multiobjective Emergency Vehicle Base Location Problem”. In: *30th European Conference on Operational Research*, Dublin, Ireland. EURO, jun.
- ROLLON, E. R., 2008, “Multi-objective optimization in graphical models”. 2008. Tese de Doutorado, Departament de Llenguages i Sistemes Informàtics, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 300 p.
- SAADATSERESHT, M.; MANSOURIAN, A.; TALEAI, M., 2009, “Evacuation planning using multiobjective evolutionary optimization approach”. *European Journal of Operational Research*, v. 198, n. 1, pp. 305-314.
- SABRI, E. H.; BEAMON, B. M., 2000, “A multi-objective approach to simultaneous strategic and operational planning in supply chain design”. *Omega*, v. 28, n. 5, pp. 581-598.
- SALMAN, F. S.; YÜCEL, E., 2015, “Emergency facility location under random network damage: Insights from the Istanbul case”. *Computers & Operations Research*, v. 62, pp. 266-281.
- SATHLER, T. M.; ALMEIDA, J. F.; CONCEIÇÃO, S. V.; PINTO, L. R.; CAMPOS, F. C., 2019, “Integration of facility location and equipment allocation in health care management”. *Brazilian Journal of Operations & Production Management*, v. 16, n. 3, pp. 513-527.
- SAYDAM, C.; RAJAGOPALAN, H. K.; SHARER, E.; LAWRI-MORE-BELANGER, K., 2013, “The dynamic redeployment coverage location model”. *Health Systems*, v. 2, n. 2, pp. 103-119.
- SCHILLING, D. A.; ELZINGA, D. J.; COHON, J.; CHURCH, R. L.; REVELLE, C. S., 1979, “The TEAM/FLEET models for simultaneous facility and equipment siting”. *Transportation Science*, v. 13, pp. 163–175.

- SCHILLING, D. A.; JAYARAMAN, V.; BARKHI, R., 1993, "A review of covering problem in facility location". *Location Science*, v. 1, n. 1, pp. 25–55.
- SCHMID, V.; DOERNER, K. F., 2010, "Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times". *European journal of operational research*, v. 207, n. 3, pp. 1293-1303.
- SCHNEEBERGER, K.; DOERNER, K. F.; KURZ, A.; SCHILDE, M., 2016, "Ambulance location and relocation models in a crisis". *Central European Journal of Operations Research*, v. 24, n. 1, pp. 1-27.
- SENNE, E. L. F.; LORENA, L. A. N.; PEREIRA, M. A., 2005, "A branch-and-price approach to p-median location problems". *Computers & Operations Research*, v. 32, n. 6, pp. 1655-1664.
- SHAFFER, J. D., 1985, "Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms". In: *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic*, pp. 93-100.
- SHARIAT-MOHAYMANY, A.; BABAEI, M.; MOADI, S.; AMIRIPOUR, S. M., 2012, "Linear upper-bound unavailability set covering models for locating ambulances: Application to Tehran rural roads". *European Journal of Operational Research*, v. 221, pp. 263–272.
- SHARIFF, S. S. R.; MOIN, N. H.; OMAR, M., 2012, "Location allocation modeling for healthcare facility planning in Malaysia". *Computers & Industrial Engineering*, v. 62, pp. 1000-1010.
- SILVER, E. A., 2004, "An overview of heuristic solution methods". *Journal of the operational research society*, v. 55, n. 9, pp. 936-956.
- SPEDO, S.; PINTO, N.; TANAKA, O., 2010, "O difícil acesso a serviços de média complexidade do SUS: o caso a cidade de São Paulo, Brasil". *Physis: Revista de Saúde Coletiva*, v. 20, n. 3, pp. 953-972.
- SRINIVAS, N.; DEB, K., 1994, "Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms", *Evolutionary Computation*, v. 2, n. 3, pp. 221-248.
- STEUER, R. E., 1986, *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*. Wiley, New York.
- STÜTZLE, T., 1998, "Local search algorithms for combinatorial problems". *Darmstadt University of Technology PhD Thesis*, v. 20.
- SU, Q.; LUO, Q.; HUANG, S. H., 2015, "Cost-effective analyses for emergency medical services deployment: a case study in Shanghai". *International Journal of Production*

*Economics*, v. 163, pp. 112-123.

- TIRKOLAEI, E. B.; GOLI, A.; HEMATIAN, M.; SANGAIAH, A. K.; HAN, T., 2019, "Multi-objective multi-mode resource constrained project scheduling problem using Pareto-based algorithms". *Computing*, v. 101, n. 6, pp. 547-570.
- TOREGAS, C.; REVELLE, C., 1972, "Optimal location under time or distance constraints". *Papers in Regional Science*, v. 28, n. 1, pp. 131-143.
- TOREGAS, C.; SWAIN, R.; REVELLE, C.; BERGMAN, L., 1971, "The location of emergency service facilities". *Operations Research*, v. 19, n. 6, pp. 1363-1373.
- TORO-DÍAZ, H.; MAYORGA, M. E.; MCLAY, L. A.; RAJAGOPALAN, H. K.; SAYDAM, C., 2015, "Reducing disparities in large-scale emergency medical service systems". *Journal of the Operational Research Society*, v. 66, n. 7, pp. 1169-1181.
- TZENG, G.H.; HUANG, J.J., 2011, *Multiple attribute decision making: methods and applications*. Chapman and Hall/CRC.
- ULUNGU, E. L.; TEGHEM, J.; OST, C., 1998, "Efficiency of interactive multi-objective simulated annealing through a case study". *Journal of the Operational Research Society*, v. 49, n. 10, pp. 1044-1050.
- VAHDANI, B.; VEYSMORADI, D.; NOORI, F.; MANSOUR, F., 2018a, "Two-stage multi-objective location-routing-inventory model for humanitarian logistics network design under uncertainty". *International Journal of Disaster Risk Reduction*, v. 27, pp. 290-306.
- VAHDANI, B.; VEYSMORADI, D.; SHEKARI, N.; MOUSAVI, S. M., 2018b, "Multi-objective, multi-period location-routing model to distribute relief after earthquake by considering emergency roadway repair". *Neural Computing and Applications*, v. 30, n. 3, pp. 835-854.
- VAN DEN BERG, P. L.; AARDAL, K., 2015, "Time-dependent MEXCLP with start-up and relocation cost". *European Journal of Operational Research*, v. 242, n. 2, pp. 383-389.
- VAN VELDHUIZEN, D. A.; LAMONT, G. B., 1999, "Multiobjective evolutionary algorithm test suites". In *SAC*, v. 99, pp. 351-357.
- VELDHUIZEN, D. A. V.; LAMONT, G. B., 2000, "Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the-art". *Evolutionary Computation*, v. 8, n. 2, pp. 125-147.
- VERMA, A.; GAUKLER, G. M., 2015, "Pre-positioning disaster response facilities at

- safe locations: An evaluation of deterministic and stochastic modeling approaches”. *Computers & Operations Research*, v. 62, pp. 197-209.
- VIEIRA, B. S.; FERRARI, T.; LEITE, L. S. B. S.; RIBEIRO, G. M.; HOFFMANN, I. C. S.; CAMPOS JUNIOR, N. F. R., 2019, “Métodos de Solução Guloso, Exato e Híbrido para o Problema de Localização de Contadores de Tráfego em Redes de Transporte”. In: *XXXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, pp. 3781-3792, Balneário Camboriú, SC, Brasil. ANPET, nov.
- VIEIRA, B. S.; FERRARI, T.; RIBEIRO, G. M.; BAHIENSE, L.; ORRICO FILHO, R. D.; ABRAMIDES, C. A.; JÚNIOR, N. F. R. C., 2020, “A progressive hybrid set covering based algorithm for the traffic counting location problem”. *Expert systems with applications*, v. 160, pp. 113641.
- VIEIRA, B. S.; FERRARI, T.; RIBEIRO, G. M.; CAMPOS JUNIOR, N. F. R.; TEIXEIRA JUNIOR, L. A. R.; PERIM, L. R., 2018, “Greedy, Exact and Hybrid Solution Methods Applied to Traffic Counters Location Problem in Transportation Network”. In: *29th European Conference on Operational Research*, Valencia, Spain. EURO, jul.
- VOß, S.; MARTELLO, S.; OSMAN, I. H.; ROUCAIROL, C. (Eds.), 2012, *Meta-heuristics: Advances and trends in local search paradigms for optimization*. Springer Science & Business Media.
- WAJID, S.; NEZAMUDDIN, N.; UNNIKRISHNAN, A., 2020, “Optimizing ambulance locations for coverage enhancement of accident sites in South Delhi”. *Transportation research procedia*, n. 48, pp. 280-289.
- WANG, H.; JIN, Y.; JANSEN, J. O., 2016, “Data-driven surrogate-assisted multiobjective evolutionary optimization of a trauma system”. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 20, n. 6, pp. 939-952.
- WANG, W.; HAO, J. K.; WU, Q., 2018, “Tabu search with feasible and infeasible searches for equitable coloring”. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 71, pp. 1-14.
- WOEGINGER, G. J., 2003, “Exact algorithms for NP-hard problems: A survey”. In *Combinatorial optimization—eureka, you shrink!* (pp. 185-207). Springer, Berlin, Heidelberg.
- YAHIA, W. B.; FELFEL, H.; AYADI, O.; MASMOUDI, F., 2015, “Comparative Study for a Multi-objective MLCSP Problem Solved Using NSGA-II & E-Constraint”. In *Design and Modeling of Mechanical Systems-II*, pp. 139-149.

- YANG, X. S., 2011, "Review of Metaheuristics and Generalized Evolutionary Walk Algorithm". *International Journal of Bio-Inspired Computation*, v. 3, n. 2, pp. 77-84.
- YANG, L.; JONES, B. F.; YANG, S. H., 2007, "A fuzzy multi-objective programming for optimization of fire station locations through genetic algorithms". *European Journal of Operational Research*, v. 181, n. 2, pp. 903-915.
- YANG, W.; SU, Q.; ZHOU, M.; QIN, X., 2020, "Ambulance allocation considering the spatial randomness of demand". *Computers & Industrial Engineering*, v. 139, pp. 106202.
- YIN, P.; MU, L., 2012, "Modular capacitated maximal covering location problem for the optimal siting of emergency vehicles". *Applied Geography*, v. 34, pp. 247-254.
- YOU, F.; GROSSMANN, I. E., 2008, "Design of responsive supply chains under demand uncertainty". *Computers & Chemical Engineering*, v. 32, n. 12, pp. 3090-3111.
- ZHANG, Z. H.; JIANG, H., 2014, "A robust counterpart approach to the bi-objective emergency medical service design problem". *Applied Mathematical Modelling*, v. 38, n. 3, pp. 1033-1040.
- ZHANG, Z. H.; LI, K., 2015, "A novel probabilistic formulation for locating and sizing emergency medical service stations". *Annals of Operations Research*, v. 229, n. 1, pp. 813-835.
- ZHOU, Q.; BENLIC, U.; WU, Q.; HAO, J. K., 2019, "Heuristic search to the capacitated clustering problem". *European Journal of Operational Research*, v. 273, n. 2, pp. 464-487.
- ZHU, H., 2015, "Role-based collaboration and E-CARGO: Revisiting the developments of the last decade role-based collaboration (RBC) is an emerging computational methodology that uses roles as the prim". *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, v. 1, n. 3, pp. 27-36.
- ZITZLER, E.; BROCKHOFF, D.; THIELE, L., 2007, "The hypervolume indicator revisited: On the design of Pareto-compliant indicators via weighted integration". In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp. 862-876.
- ZITZLER, E.; DEB, K.; THIELE, L., 2000, "Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results". *Evolutionary computation*, v. 8, n. 2, pp. 173-195.
- ZITZLER, E.; THIELE, L., 1998, "An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength pareto approach". *TIK-report*, v. 43, pp. 1-40.
- ZITZLER, E.; THIELE, L., 1999, "Multiobjective Evolutionary Algorithms: A

Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach”. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 3, n. 4, pp. 257–271.

ZITZLER, E.; THIELE, L.; LAUMANN, M.; FONSECA, C. M.; DA FONSECA, V. G., 2003, “Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review”. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 7, n. 2, pp. 117-132.

## Apêndice A – Resultados do $\epsilon$ -Constraint para as instâncias do PMLBVR

O Apêndice A apresenta os resultados gráficos do método exato  $\epsilon$ -Constraint para as Instâncias 1-20 do PMLBVR. Nas figuras a seguir estão contemplados o Pareto Ótimo, caso nenhuma iteração da instância tenha apresentado  $GAP$  residual, e as soluções não-dominadas para o caso de instâncias com  $GAP$ . Além disso, também são apresentadas as soluções dominadas encontradas para cada instância.

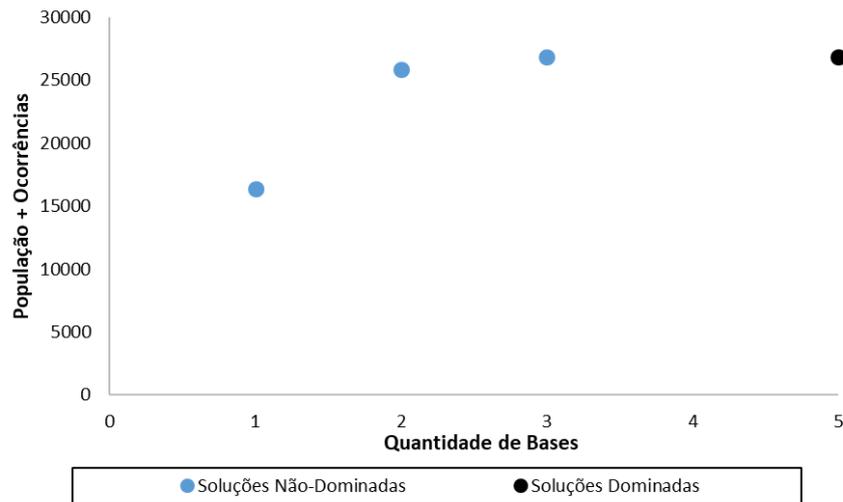


Figura A.1: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 1

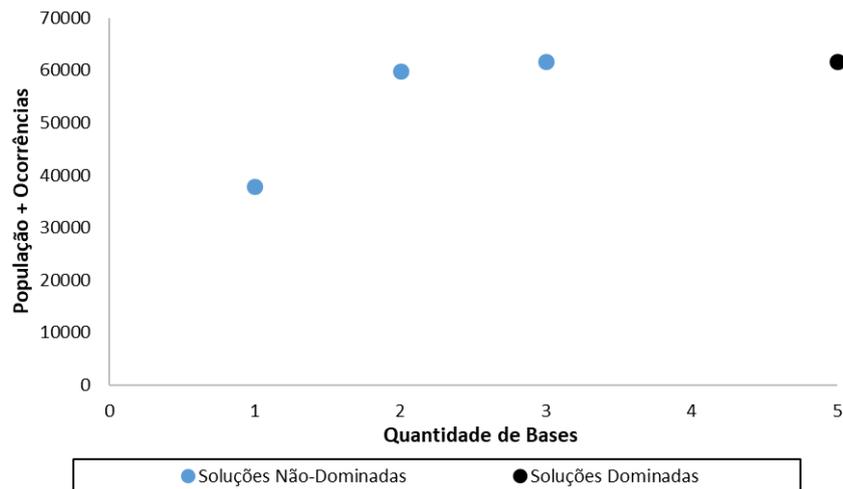


Figura A.2: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 2

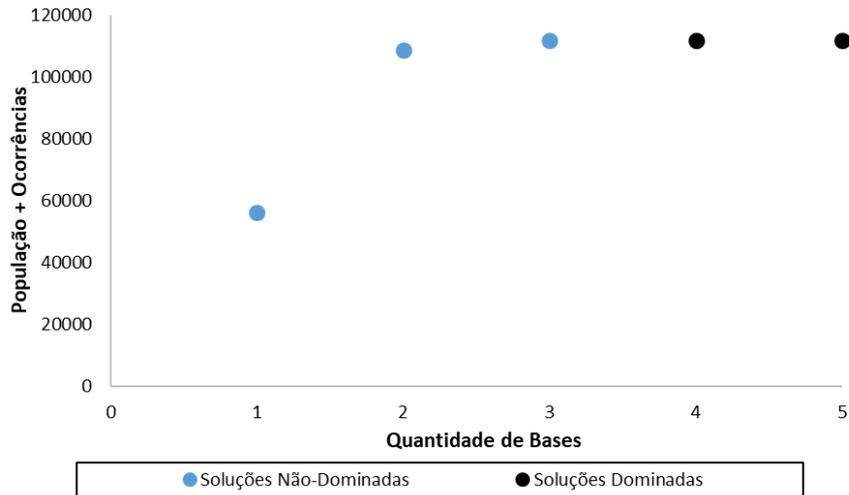


Figura A.3: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 3

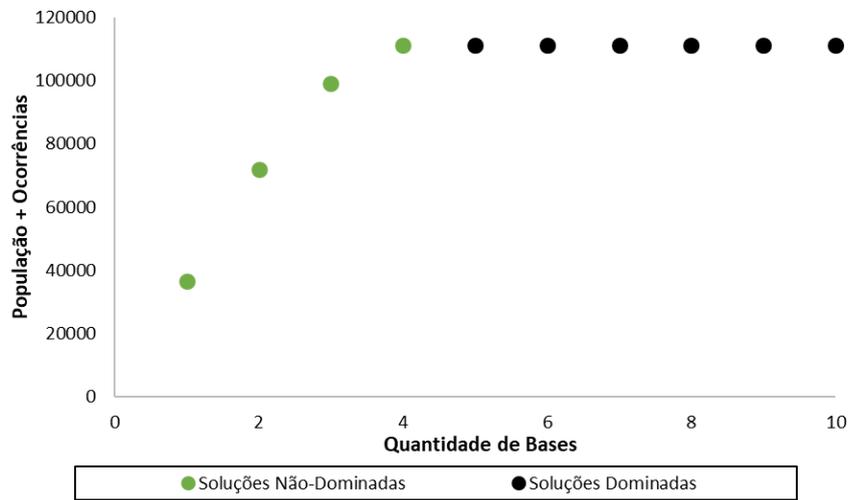


Figura A.4: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 4

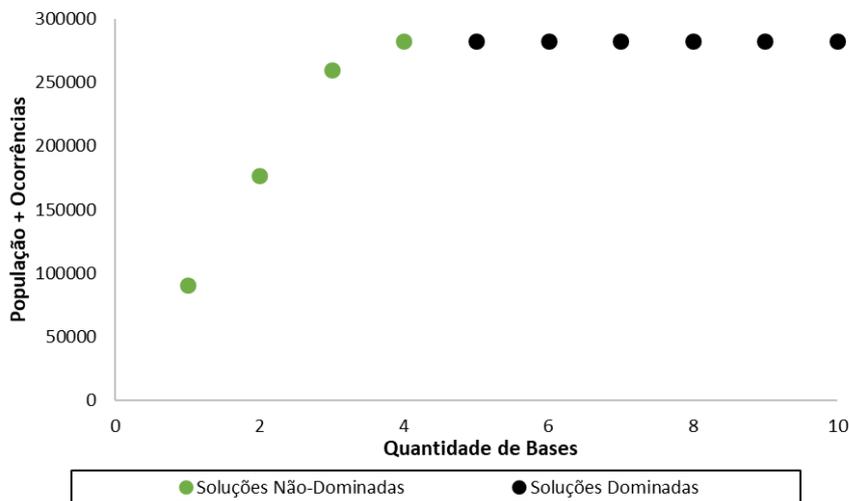


Figura A.5: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 5

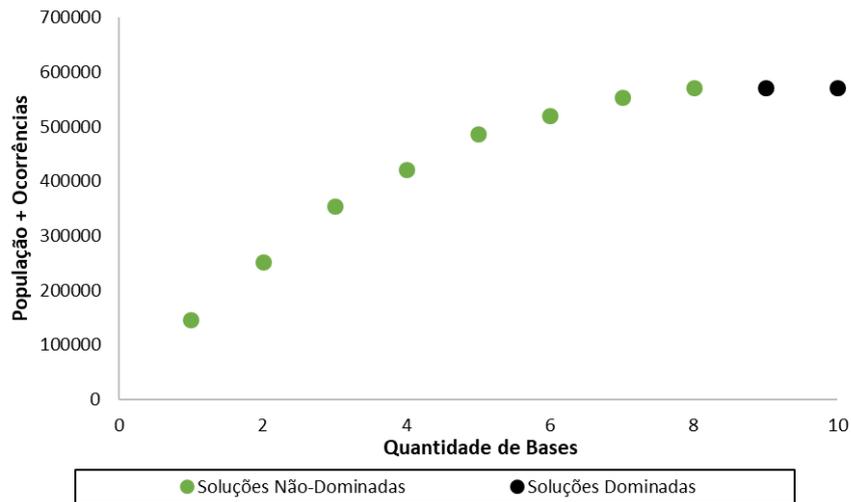


Figura A.6: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 6

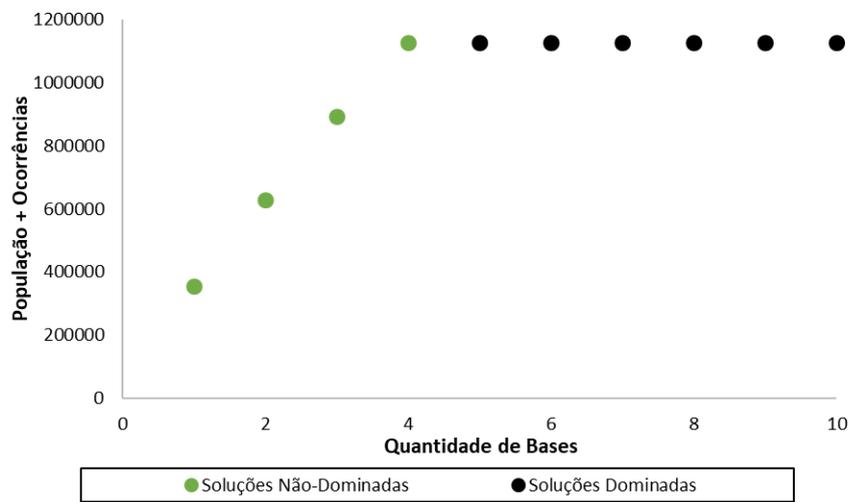


Figura A.7: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 7

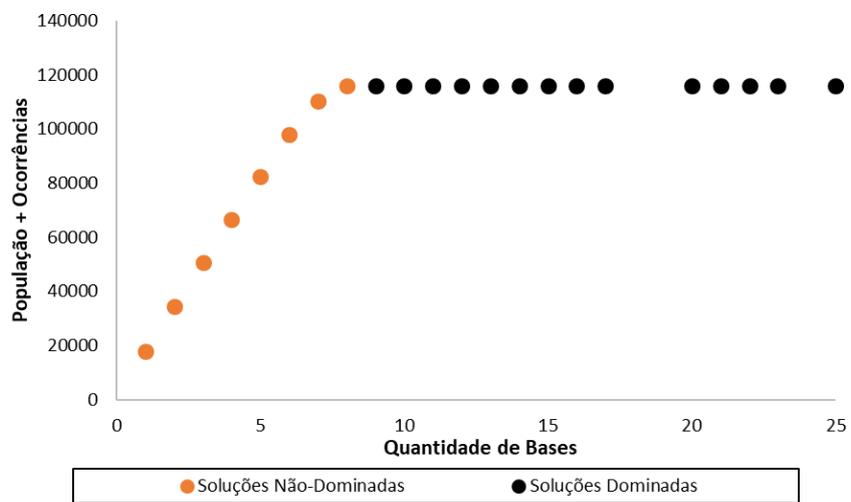


Figura A.8: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 8

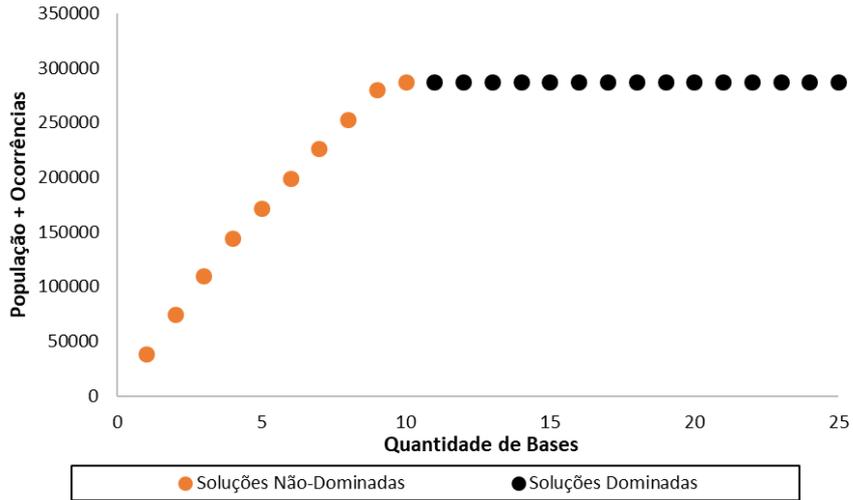


Figura A.9: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 9

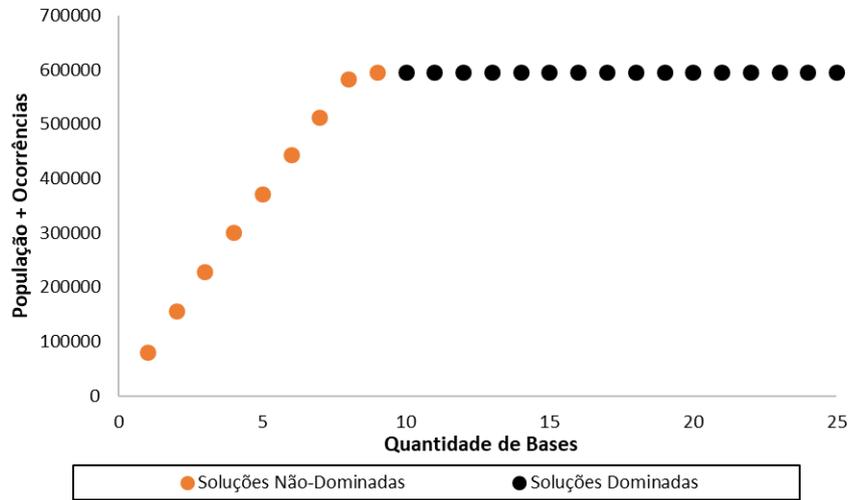


Figura A.10: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 10

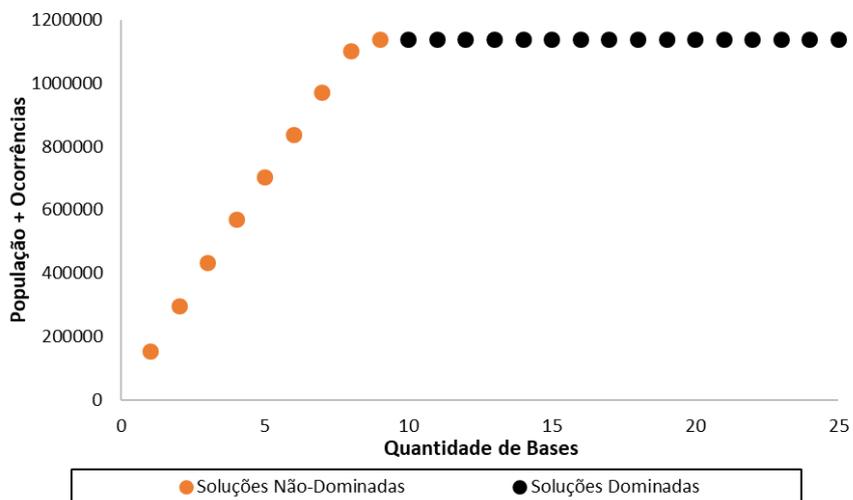


Figura A.11: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 11

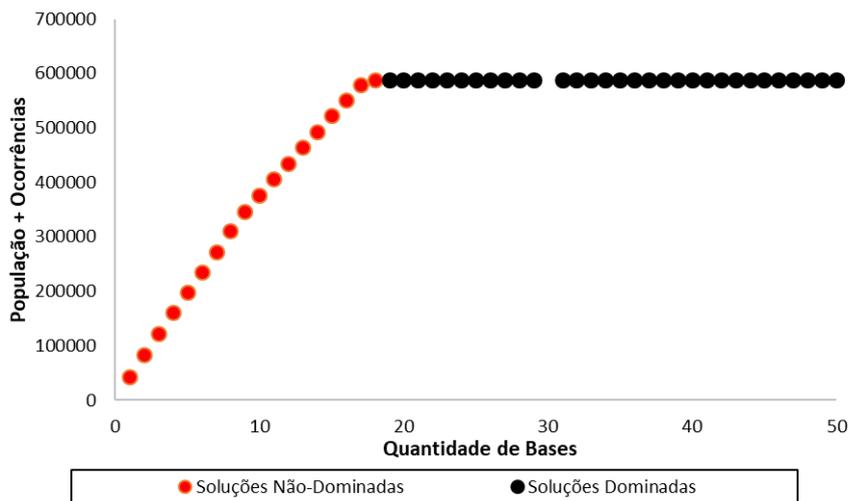


Figura A.12: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 12

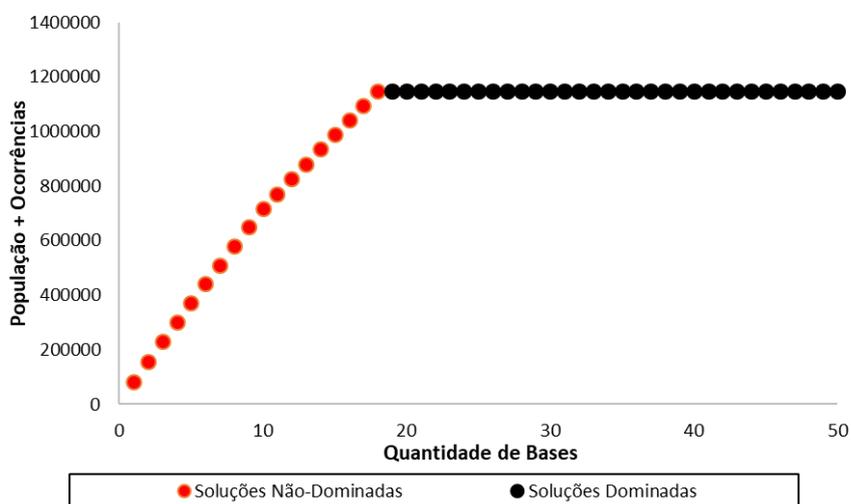


Figura A.13: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 13

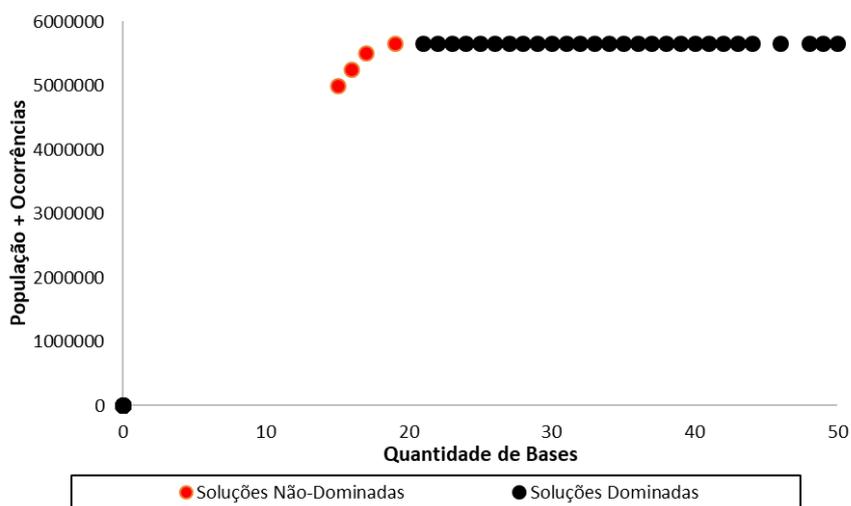


Figura A.14: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 14

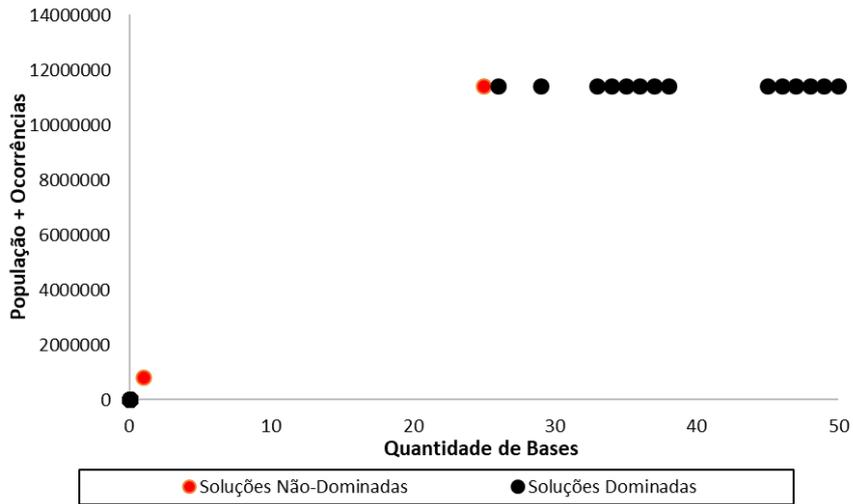


Figura A.15: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 15

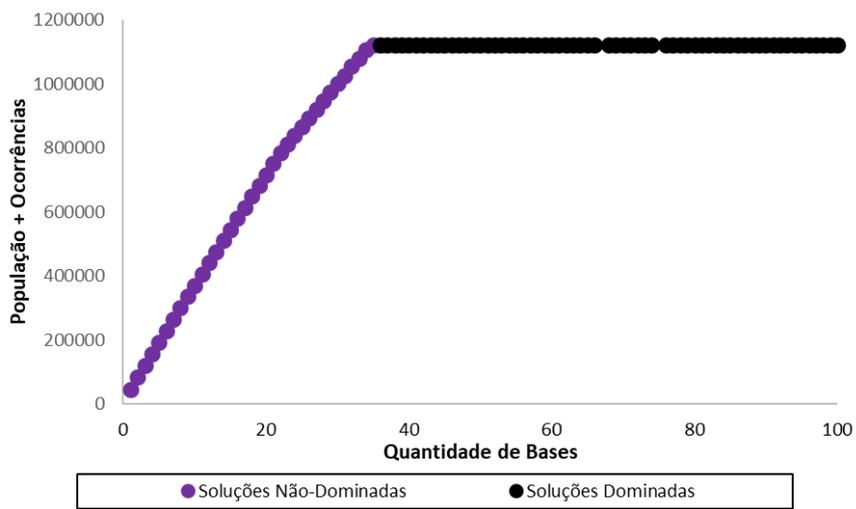


Figura A.16: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 16

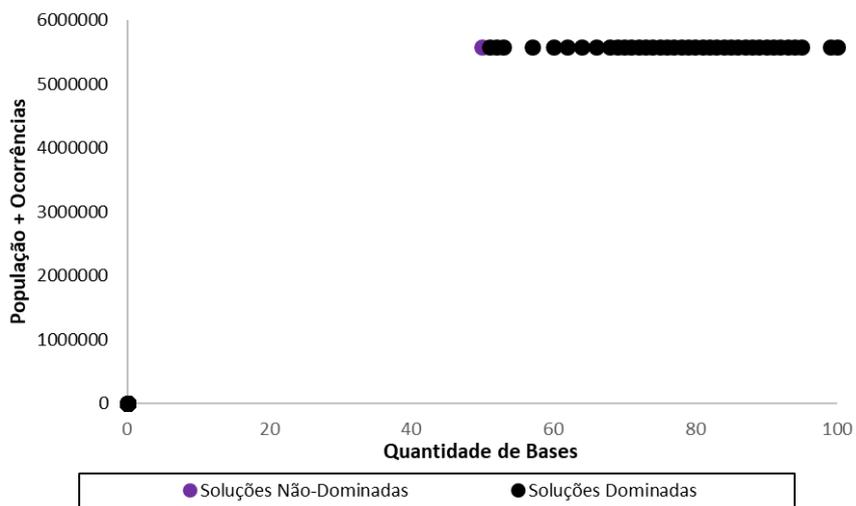


Figura A.17: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 17

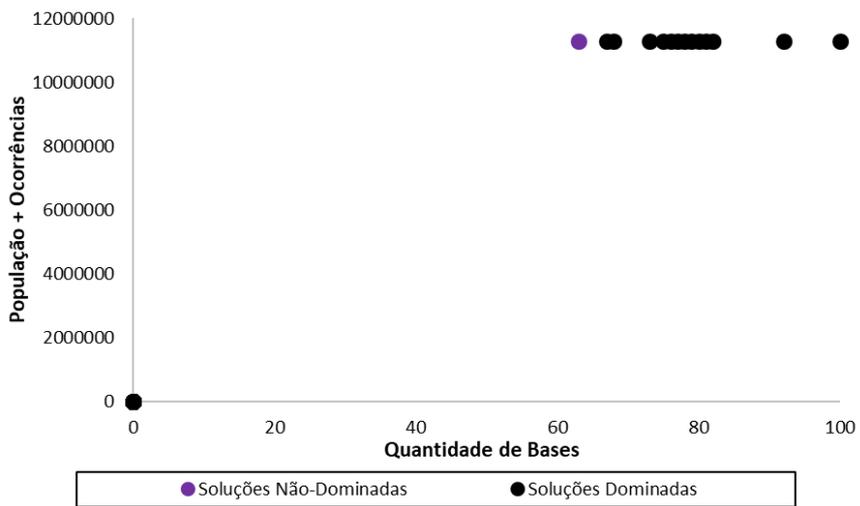
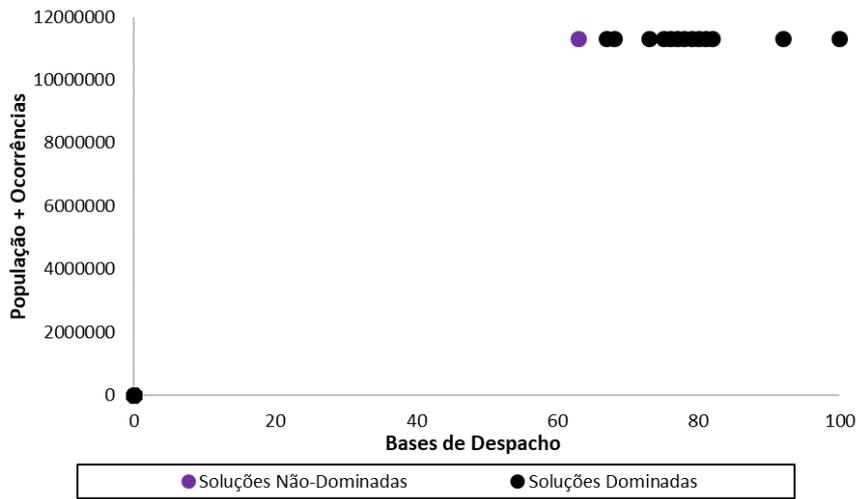


Figura A.18: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 18

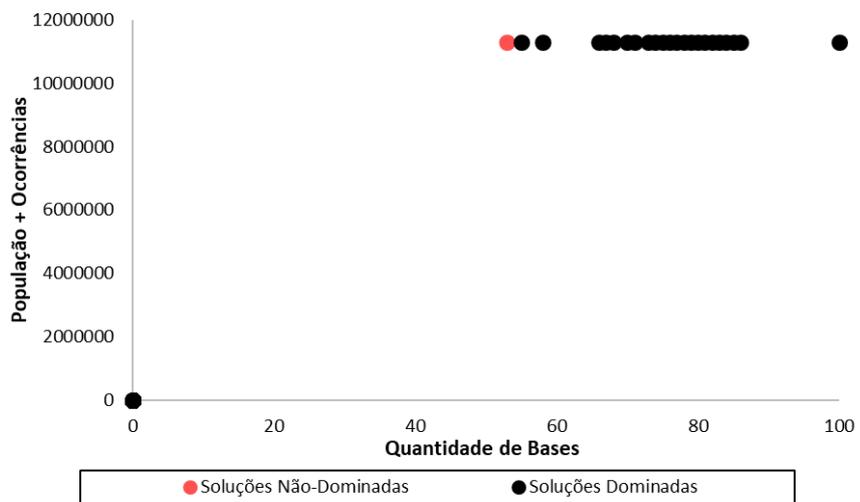


Figura A.19: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 19

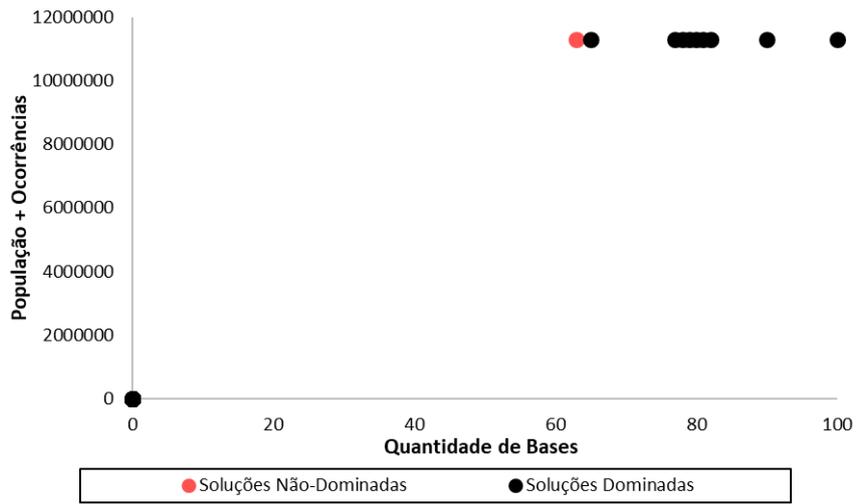


Figura A.20: Soluções do  $\epsilon$ -Constraint para a Instância 20

## Apêndice B – Resultados da HCBA-V3 para as instâncias do PMLBVR

O Apêndice B apresenta os gráficos das soluções obtidas com a HCBA-V3, considerado o método de solução de melhor custo-benefício (melhor tempo computacional com alta qualidade das soluções) para as Instâncias 1 a 20 do PMLBVR. Nas figuras a seguir estão contemplados o Pareto Ótimo (ou as soluções não-dominadas encontradas pelo  $\epsilon$ -Constraint) e as soluções de cada uma das cinco sementes resolvidas para cada instância.

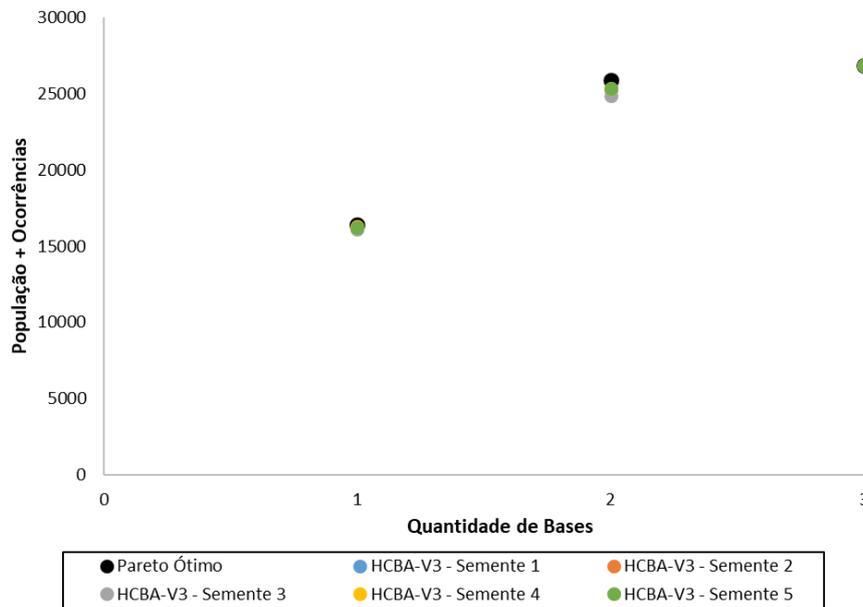


Figura B.1: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 1

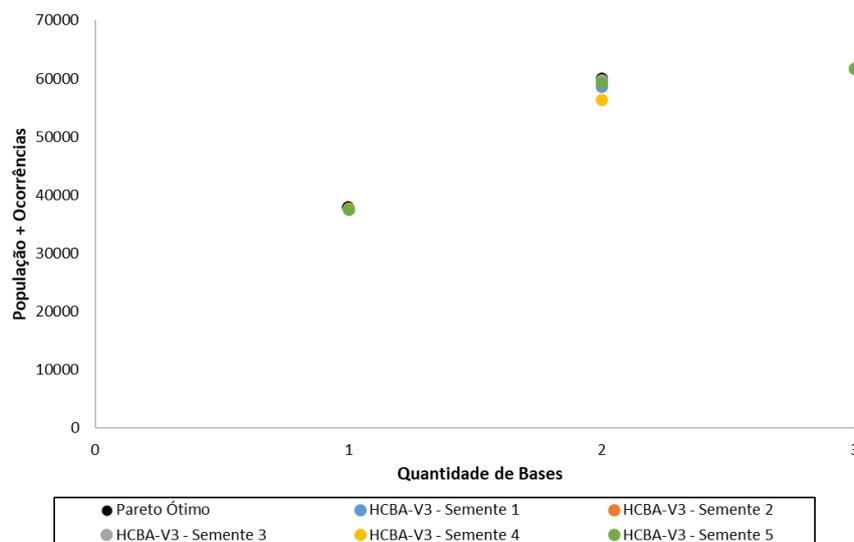


Figura B.2: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 2

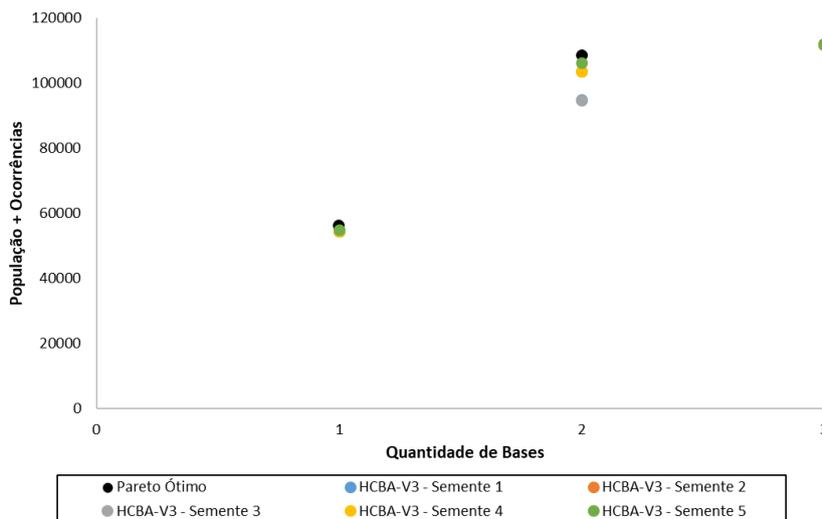


Figura B.3: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 3

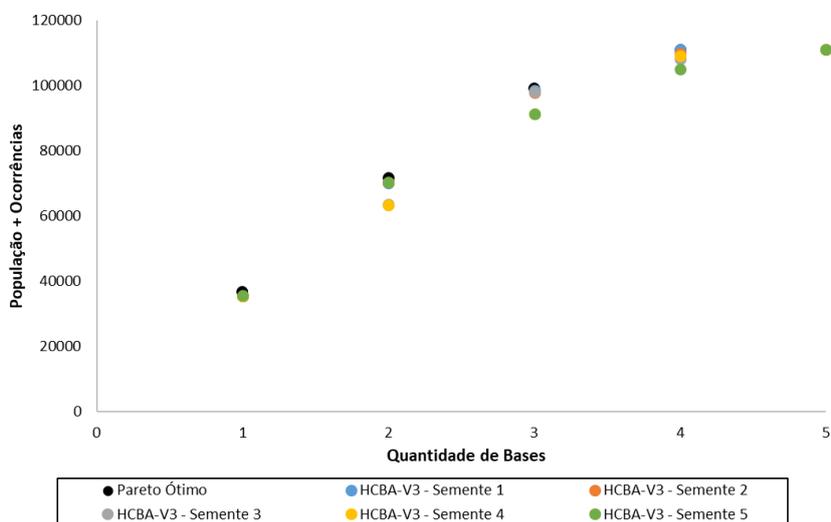


Figura B.4: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 4

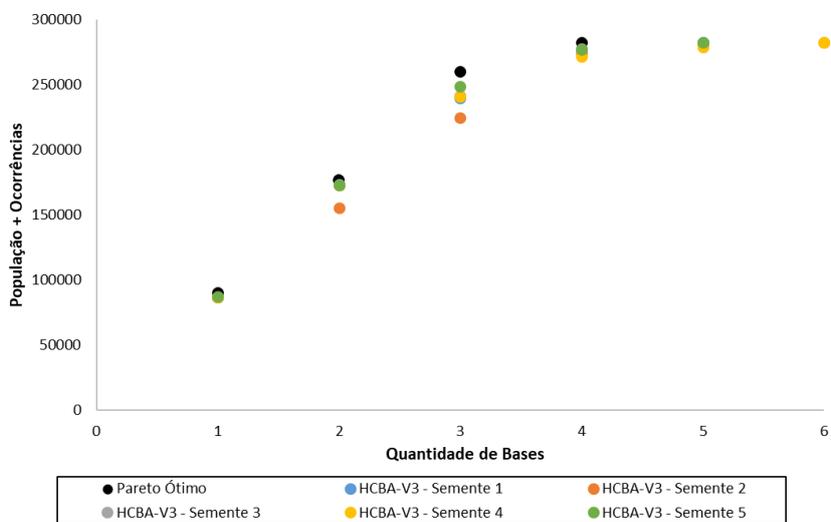


Figura B.5: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 5

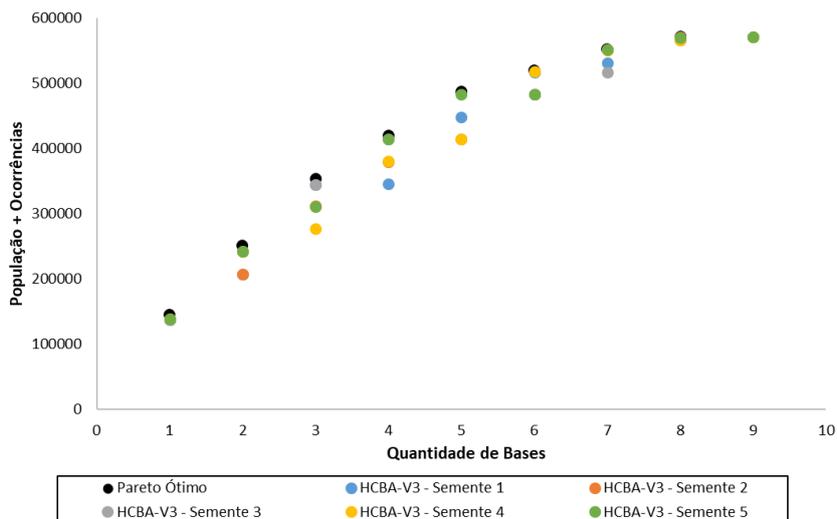


Figura B.6: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 6

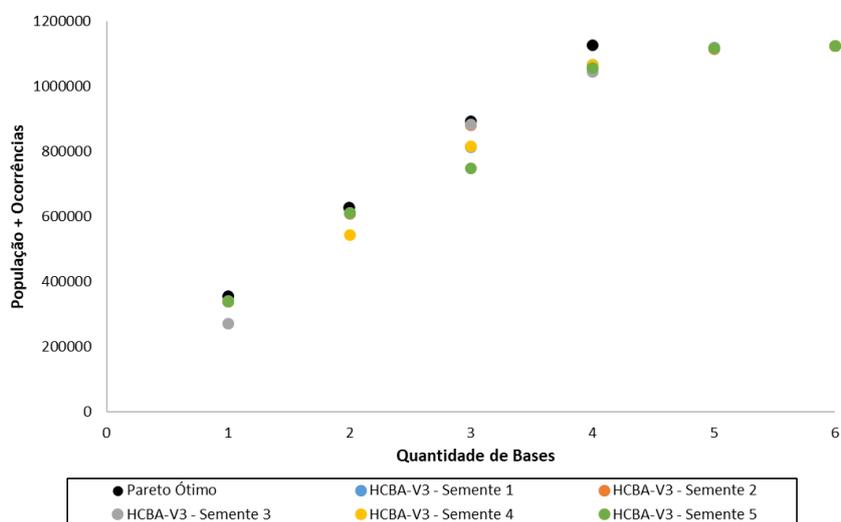


Figura B.7: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 7

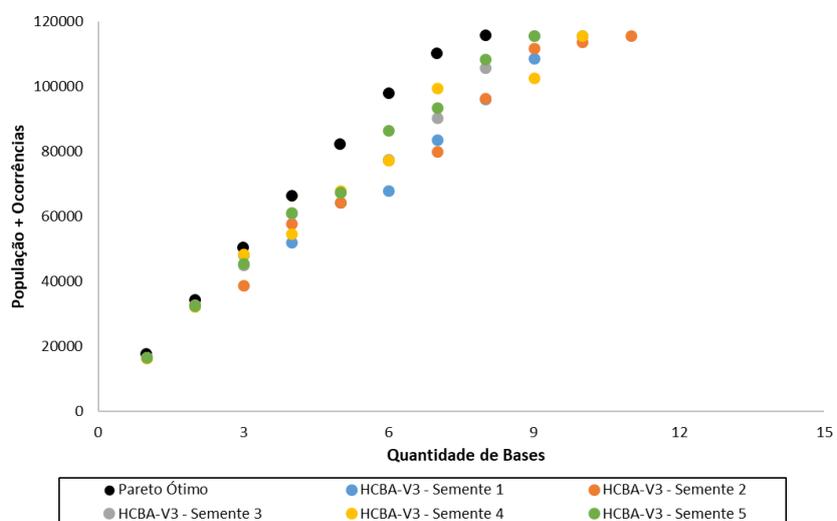


Figura B.8: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 8

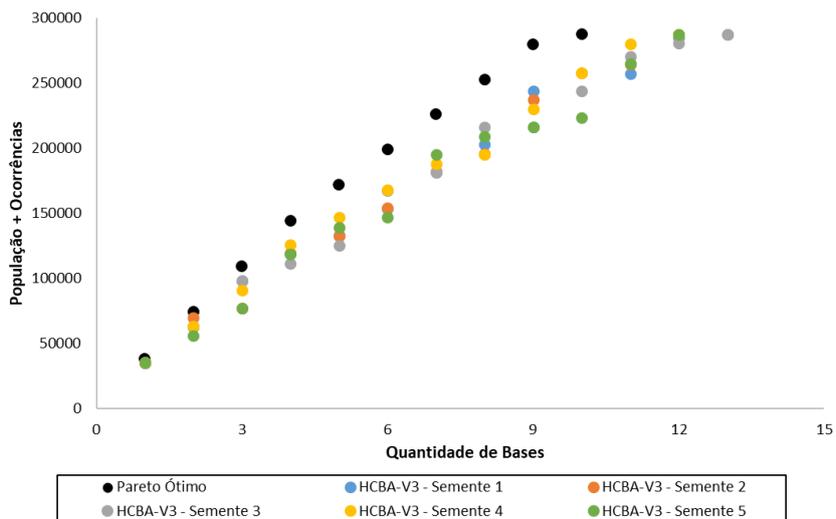


Figura B.9: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 9

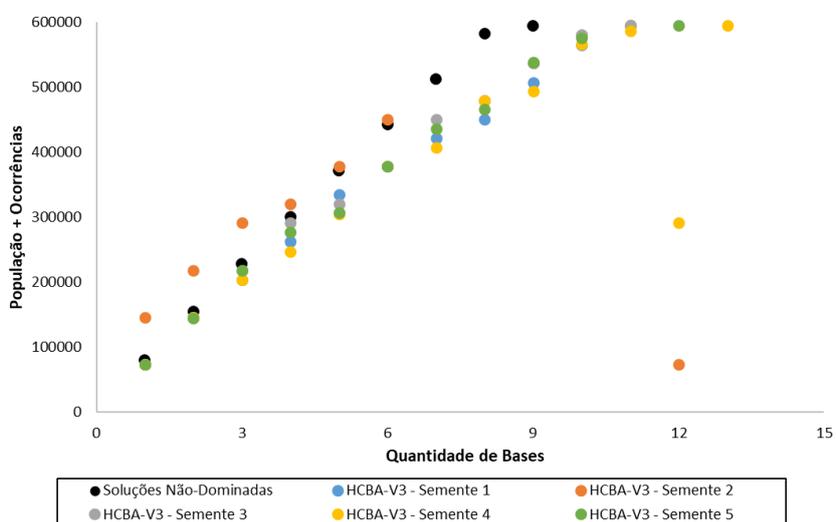


Figura B.10: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 10

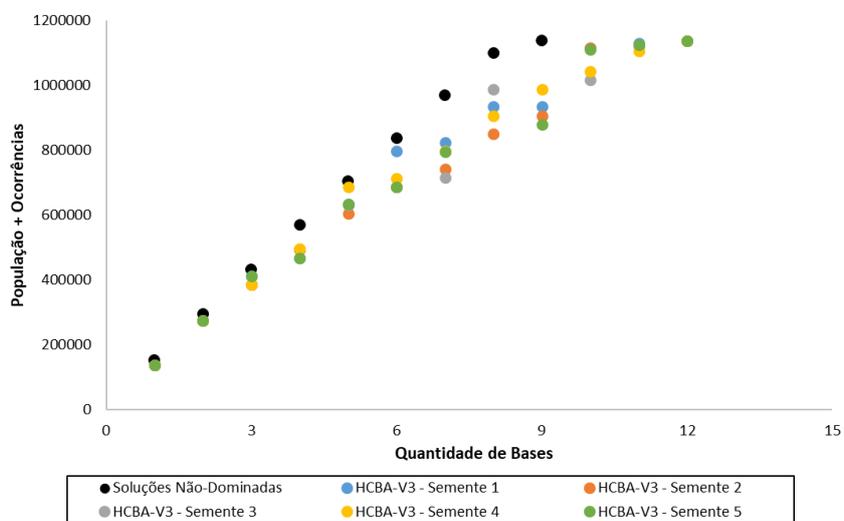


Figura B.11: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 11

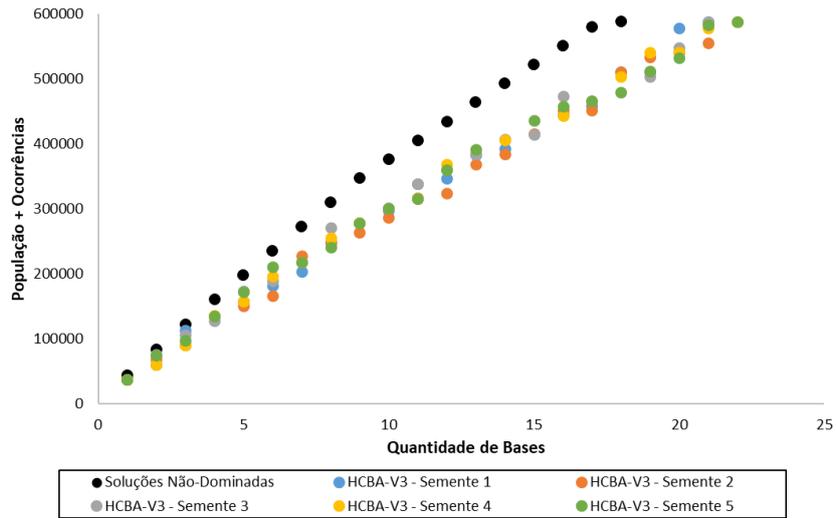


Figura B.12: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 12

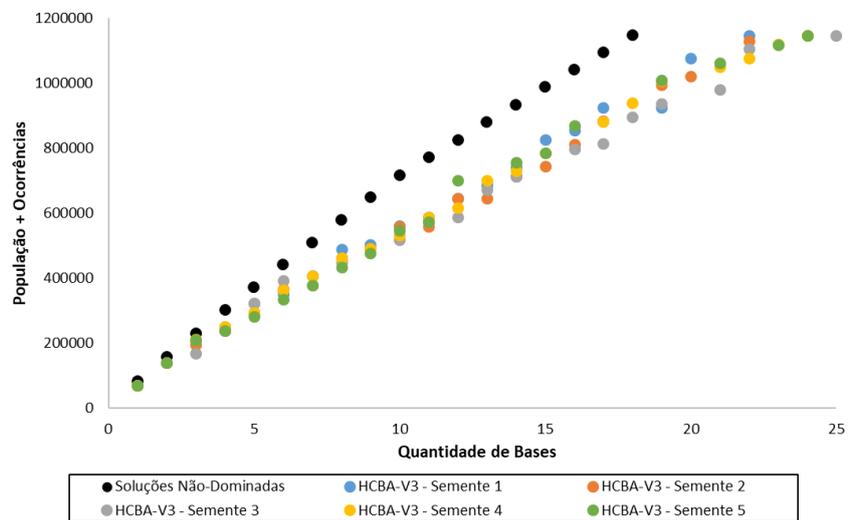


Figura B.13: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 13

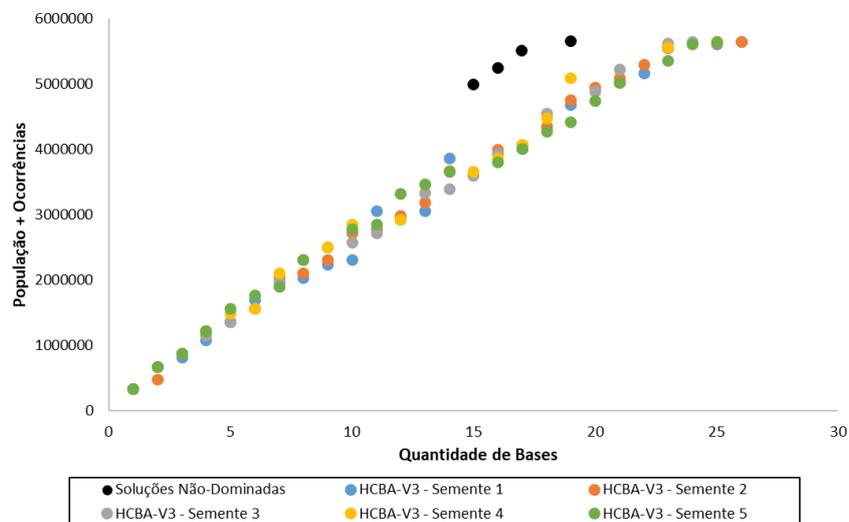


Figura B.14: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 14

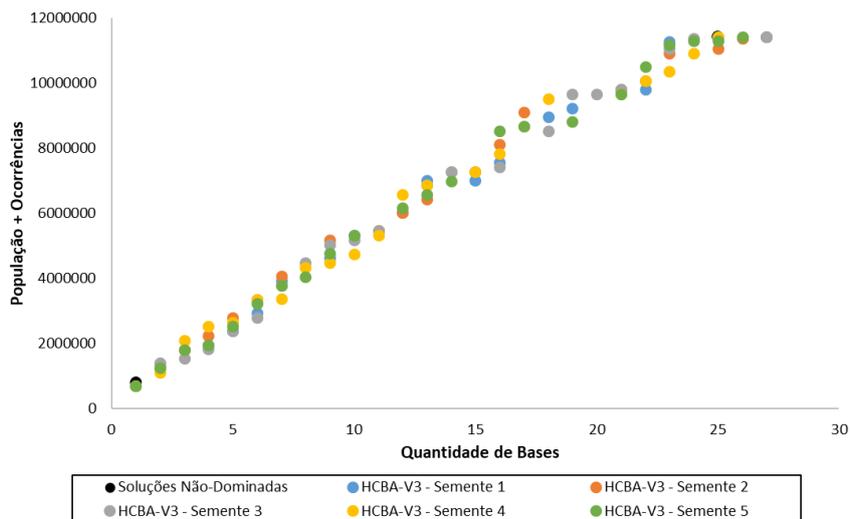


Figura B.15: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 15

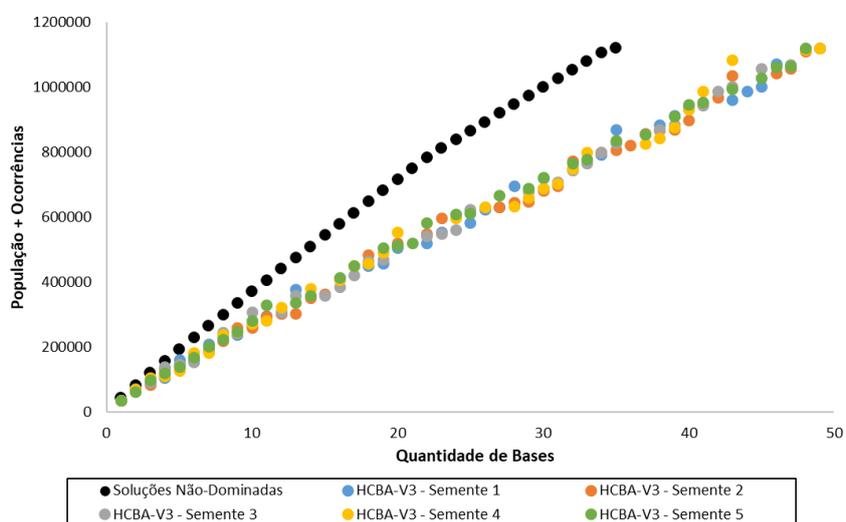


Figura B.16: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 16

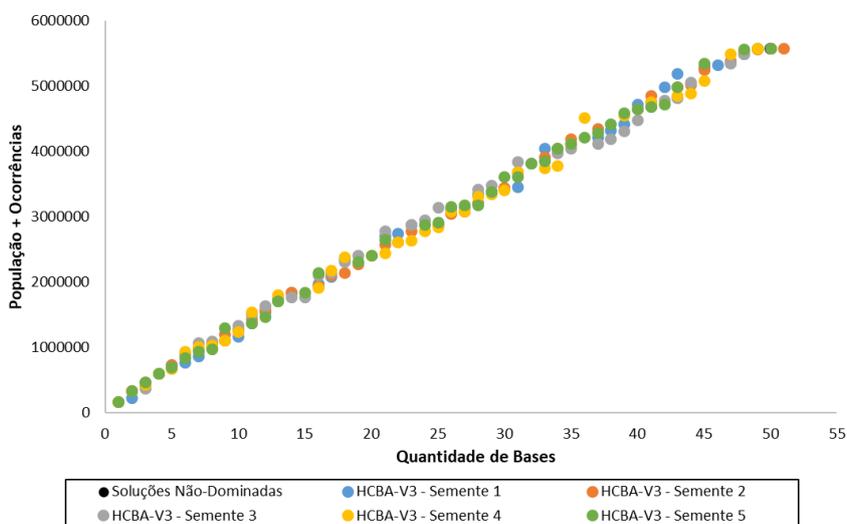


Figura B.17: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 17

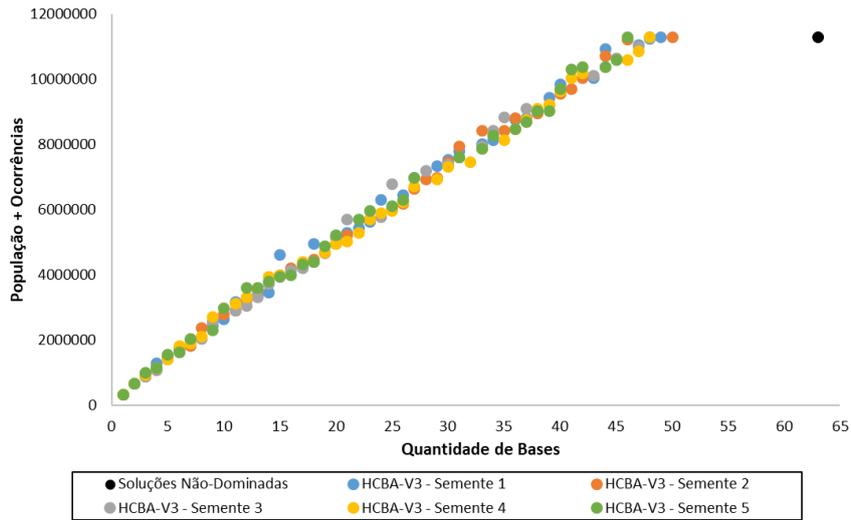


Figura B.18: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 18

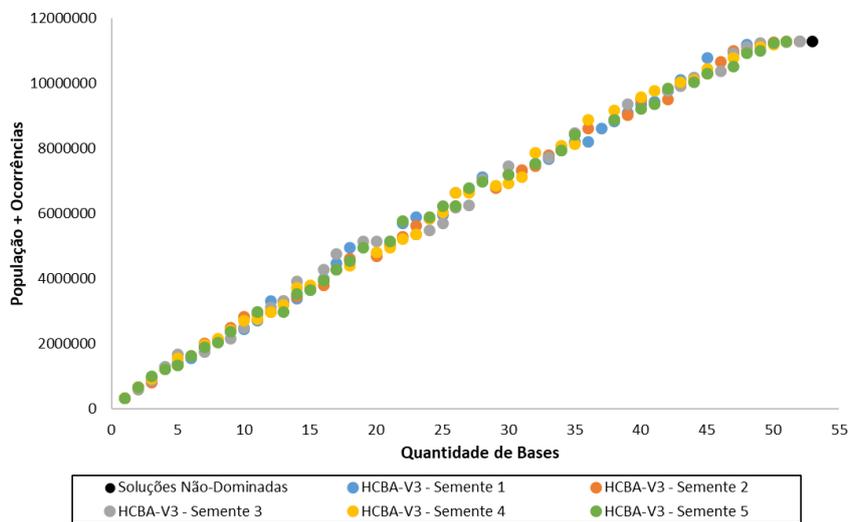


Figura B.19: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 19

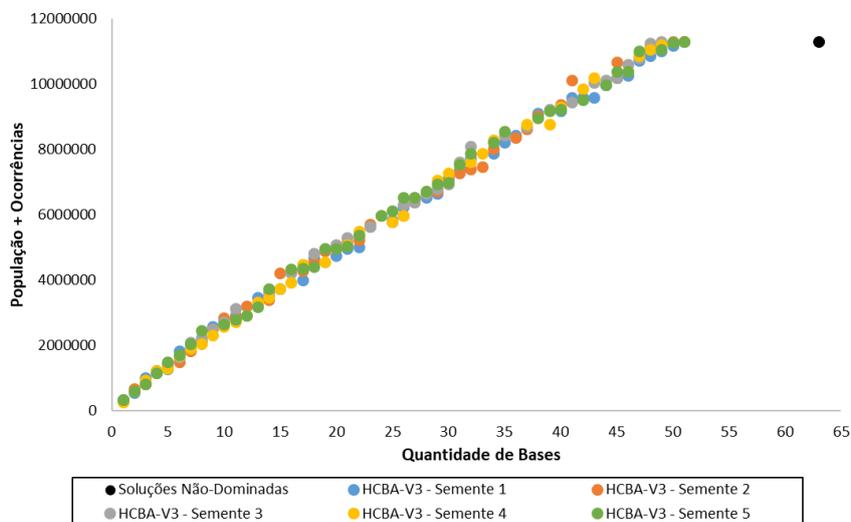


Figura B.20: Soluções da HCBA-V3 para a Instância 20

## Apêndice C – Resultados obtidos com os experimentos computacionais para as instâncias do PMLBVR

O Apêndice C apresenta os resultados obtidos com os métodos exato  $\epsilon$ -Constraint e com os métodos heurísticos NSGA-II modificado, HCBA-V1, HCBA-V2 e HCBA-V3, por semente para os métodos heurísticos, para as Instâncias 1-20 do PMLBVR. Na Tabela C.1 estão contemplados o tempo computacional, a quantidade de soluções não-dominadas e as métricas  $HV$  e  $HV(\%)$ . Vale destacar que, neste caso, foram apresentados os resultados das sementes separadamente, com isso o maior valor absoluto de  $HV$  (e não o maior  $HV$  médio) foi utilizado para calcular o valor do  $HV(\%)$  de cada método.

Tabela C.1: Resultados obtidos com os experimentos computacionais de todos os métodos, por instância

Instância	Método	Tempo (s)	SND	$HV$	$HV(\%)$
1	$\epsilon$ -Constraint	0,28	3	122.935	100,00
1	NSGA-II - Semente 1	127,03	3	116.031	94,38
1	NSGA-II - Semente 2	122,67	3	122.037	99,27
1	NSGA-II - Semente 3	118,49	3	122.050	99,28
1	NSGA-II - Semente 4	110,13	3	121.977	99,22
1	NSGA-II - Semente 5	109,80	3	122.169	99,38
1	HCBA-V1 - Semente 1	1,91	3	122.432	99,59
1	HCBA-V1 - Semente 2	1,52	3	122.105	99,32
1	HCBA-V1 - Semente 3	2,25	3	122.711	99,82
1	HCBA-V1 - Semente 4	1,88	3	121.658	98,96
1	HCBA-V1 - Semente 5	2,66	3	122.294	99,48
1	HCBA-V2 - Semente 1	4,36	3	122.230	99,43
1	HCBA-V2 - Semente 2	5,17	3	122.319	99,50
1	HCBA-V2 - Semente 3	3,81	3	122.279	99,47
1	HCBA-V2 - Semente 4	4,25	3	122.408	99,57
1	HCBA-V2 - Semente 5	3,25	3	122.087	99,31
1	HCBA-V3 - Semente 1	2,66	3	122.213	99,41
1	HCBA-V3 - Semente 2	3,71	3	122.228	99,42
1	HCBA-V3 - Semente 3	2,70	3	121.619	98,93
1	HCBA-V3 - Semente 4	2,62	3	122.317	99,50
1	HCBA-V3 - Semente 5	4,68	3	122.242	99,44
2	$\epsilon$ -Constraint	0,87	3	282.945	100,00
2	NSGA-II - Semente 1	136,47	3	267.721	94,62
2	NSGA-II - Semente 2	139,81	3	282.193	99,73
2	NSGA-II - Semente 3	136,16	3	282.367	99,80
2	NSGA-II - Semente 4	134,00	3	281.965	99,65
2	NSGA-II - Semente 5	131,52	3	267.329	94,48
2	HCBA-V1 - Semente 1	2,28	3	282.706	99,92
2	HCBA-V1 - Semente 2	1,82	3	282.220	99,74
2	HCBA-V1 - Semente 3	2,31	3	280.969	99,30

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
2	HCBA-V1 - Semente 4	1,80	3	281.965	99,65
2	HCBA-V1 - Semente 5	2,29	3	281.044	99,33
2	HCBA-V2 - Semente 1	5,86	3	281.986	99,66
2	HCBA-V2 - Semente 2	4,38	3	282.472	99,83
2	HCBA-V2 - Semente 3	4,67	3	282.255	99,76
2	HCBA-V2 - Semente 4	4,39	3	281.225	99,39
2	HCBA-V2 - Semente 5	4,98	3	280.973	99,30
2	HCBA-V3 - Semente 1	4,15	3	281.475	99,48
2	HCBA-V3 - Semente 2	3,31	3	282.492	99,84
2	HCBA-V3 - Semente 3	4,20	3	282.548	99,86
2	HCBA-V3 - Semente 4	3,06	3	279.142	98,66
2	HCBA-V3 - Semente 5	2,97	3	282.069	99,69
<hr/>					
3	<i><math>\epsilon</math>-Constraint</i>	0,80	3	500.410	100,00
3	NSGA-II - Semente 1	162,31	3	485.344	96,99
3	NSGA-II - Semente 2	166,50	3	485.212	96,96
3	NSGA-II - Semente 3	166,27	3	485.776	97,08
3	NSGA-II - Semente 4	173,56	3	483.754	96,67
3	NSGA-II - Semente 5	163,59	3	484.648	96,85
3	HCBA-V1 - Semente 1	3,13	4	495.613	99,04
3	HCBA-V1 - Semente 2	3,18	3	492.001	98,32
3	HCBA-V1 - Semente 3	2,46	4	484.140	96,75
3	HCBA-V1 - Semente 4	3,15	3	490.557	98,03
3	HCBA-V1 - Semente 5	3,89	3	490.362	97,99
3	HCBA-V2 - Semente 1	4,27	3	492.352	98,39
3	HCBA-V2 - Semente 2	7,11	3	494.806	98,88
3	HCBA-V2 - Semente 3	9,98	3	489.591	97,84
3	HCBA-V2 - Semente 4	9,94	3	498.850	99,69
3	HCBA-V2 - Semente 5	4,22	3	485.286	96,98
3	HCBA-V3 - Semente 1	3,75	3	485.243	96,97
3	HCBA-V3 - Semente 2	3,92	3	493.842	98,69
3	HCBA-V3 - Semente 3	3,81	3	484.863	96,89
3	HCBA-V3 - Semente 4	3,72	3	493.969	98,71
3	HCBA-V3 - Semente 5	3,73	3	496.850	99,29
<hr/>					
4	<i><math>\epsilon</math>-Constraint</i>	3,76	4	985.116	100,00
4	NSGA-II - Semente 1	399,10	4	947.252	96,16
4	NSGA-II - Semente 2	435,63	5	940.432	95,46
4	NSGA-II - Semente 3	399,80	4	953.549	96,80
4	NSGA-II - Semente 4	430,56	5	932.843	94,69
4	NSGA-II - Semente 5	421,83	5	956.216	97,07
4	HCBA-V1 - Semente 1	14,04	4	981.916	99,68
4	HCBA-V1 - Semente 2	10,65	5	972.620	98,73
4	HCBA-V1 - Semente 3	8,22	4	975.120	98,99
4	HCBA-V1 - Semente 4	13,83	5	978.958	99,37
4	HCBA-V1 - Semente 5	11,22	4	974.629	98,94
4	HCBA-V2 - Semente 1	12,53	5	973.466	98,82
4	HCBA-V2 - Semente 2	23,22	4	975.245	99,00
4	HCBA-V2 - Semente 3	12,39	5	965.028	97,96

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
4	HCBA-V2 - Semente 4	20,19	4	968.842	98,35
4	HCBA-V2 - Semente 5	11,31	4	979.339	99,41
4	HCBA-V3 - Semente 1	13,23	4	981.906	99,67
4	HCBA-V3 - Semente 2	10,64	5	979.965	99,48
4	HCBA-V3 - Semente 3	10,25	5	971.799	98,65
4	HCBA-V3 - Semente 4	10,08	5	965.990	98,06
4	HCBA-V3 - Semente 5	7,16	5	969.165	98,38
<hr/>					
5	<i>ε-Constraint</i>	7,79	4	2.504.885	100,00
5	NSGA-II - Semente 1	697,22	5	2.403.358	95,95
5	NSGA-II - Semente 2	684,97	5	2.368.552	94,56
5	NSGA-II - Semente 3	709,59	5	2.385.999	95,25
5	NSGA-II - Semente 4	699,64	5	2.456.680	98,08
5	NSGA-II - Semente 5	693,33	5	2.351.645	93,88
5	HCBA-V1 - Semente 1	13,48	5	2.439.703	97,40
5	HCBA-V1 - Semente 2	21,14	5	2.474.633	98,79
5	HCBA-V1 - Semente 3	13,30	5	2.438.761	97,36
5	HCBA-V1 - Semente 4	16,19	5	2.461.534	98,27
5	HCBA-V1 - Semente 5	15,91	5	2.466.983	98,49
5	HCBA-V2 - Semente 1	20,39	5	2.456.619	98,07
5	HCBA-V2 - Semente 2	22,00	6	2.467.092	98,49
5	HCBA-V2 - Semente 3	52,05	5	2.460.773	98,24
5	HCBA-V2 - Semente 4	34,41	5	2.471.462	98,67
5	HCBA-V2 - Semente 5	25,72	5	2.473.821	98,76
5	HCBA-V3 - Semente 1	16,97	5	2.471.400	98,66
5	HCBA-V3 - Semente 2	12,26	6	2.435.464	97,23
5	HCBA-V3 - Semente 3	18,31	5	2.474.411	98,78
5	HCBA-V3 - Semente 4	11,92	6	2.464.609	98,39
5	HCBA-V3 - Semente 5	19,56	5	2.481.554	99,07
<hr/>					
6	<i>ε-Constraint</i>	3.046,20	8	4.446.580	100,00
6	NSGA-II - Semente 1	1.178,85	8	3.992.952	89,80
6	NSGA-II - Semente 2	1.205,94	7	3.942.910	88,67
6	NSGA-II - Semente 3	1.119,80	6	4.098.702	92,18
6	NSGA-II - Semente 4	1.176,91	7	4.061.053	91,33
6	NSGA-II - Semente 5	1.141,33	6	3.960.895	89,08
6	HCBA-V1 - Semente 1	61,20	9	4.366.329	98,20
6	HCBA-V1 - Semente 2	49,84	9	4.302.412	96,76
6	HCBA-V1 - Semente 3	54,67	9	4.301.436	96,74
6	HCBA-V1 - Semente 4	72,41	9	4.368.397	98,24
6	HCBA-V1 - Semente 5	43,41	9	4.233.201	95,20
6	HCBA-V2 - Semente 1	51,88	9	4.312.932	96,99
6	HCBA-V2 - Semente 2	139,79	9	4.303.375	96,78
6	HCBA-V2 - Semente 3	149,80	9	4.367.283	98,22
6	HCBA-V2 - Semente 4	59,47	9	4.302.517	96,76
6	HCBA-V2 - Semente 5	53,16	8	4.267.956	95,98
6	HCBA-V3 - Semente 1	46,54	9	4.246.494	95,50
6	HCBA-V3 - Semente 2	40,07	8	4.202.794	94,52
6	HCBA-V3 - Semente 3	27,75	8	4.265.040	95,92

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
6	HCBA-V3 - Semente 4	28,59	9	4.232.216	95,18
6	HCBA-V3 - Semente 5	56,81	9	4.339.108	97,58
7	<i>ε-Constraint</i>	71,71	4	9.767.522	100,00
7	NSGA-II - Semente 1	2.193,82	5	9.412.293	96,36
7	NSGA-II - Semente 2	2.146,53	5	9.415.560	96,40
7	NSGA-II - Semente 3	2.118,87	5	9.550.117	97,77
7	NSGA-II - Semente 4	2.158,15	5	9.275.180	94,96
7	NSGA-II - Semente 5	2.099,13	5	9.344.804	95,67
7	HCBA-V1 - Semente 1	64,84	6	9.638.283	98,68
7	HCBA-V1 - Semente 2	67,27	6	9.666.159	98,96
7	HCBA-V1 - Semente 3	46,91	6	9.587.718	98,16
7	HCBA-V1 - Semente 4	56,97	6	9.599.941	98,28
7	HCBA-V1 - Semente 5	66,67	6	9.673.403	99,04
7	HCBA-V2 - Semente 1	146,80	6	9.675.653	99,06
7	HCBA-V2 - Semente 2	95,03	6	9.611.624	98,40
7	HCBA-V2 - Semente 3	95,07	6	9.581.782	98,10
7	HCBA-V2 - Semente 4	62,24	6	9.569.064	97,97
7	HCBA-V2 - Semente 5	63,39	6	9.513.942	97,40
7	HCBA-V3 - Semente 1	40,09	6	9.593.876	98,22
7	HCBA-V3 - Semente 2	38,38	6	9.644.239	98,74
7	HCBA-V3 - Semente 3	26,78	6	9.568.165	97,96
7	HCBA-V3 - Semente 4	55,18	6	9.525.407	97,52
7	HCBA-V3 - Semente 5	26,61	6	9.512.384	97,39
8	<i>ε-Constraint</i>	97,93	8	2.543.801	100,00
8	NSGA-II - Semente 1	1.527,75	6	2.400.497	94,37
8	NSGA-II - Semente 2	1.458,50	8	2.379.404	93,54
8	NSGA-II - Semente 3	1.423,87	8	2.344.509	92,17
8	NSGA-II - Semente 4	1.447,25	8	2.398.267	94,28
8	NSGA-II - Semente 5	1.476,64	8	2.386.887	93,83
8	HCBA-V1 - Semente 1	36,42	9	2.453.669	96,46
8	HCBA-V1 - Semente 2	36,22	9	2.446.496	96,17
8	HCBA-V1 - Semente 3	36,33	11	2.433.854	95,68
8	HCBA-V1 - Semente 4	60,66	10	2.457.960	96,63
8	HCBA-V1 - Semente 5	36,61	10	2.451.778	96,38
8	HCBA-V2 - Semente 1	40,17	9	2.434.179	95,69
8	HCBA-V2 - Semente 2	56,08	9	2.471.911	97,17
8	HCBA-V2 - Semente 3	47,95	9	2.438.354	95,85
8	HCBA-V2 - Semente 4	44,25	9	2.448.633	96,26
8	HCBA-V2 - Semente 5	53,47	9	2.454.248	96,48
8	HCBA-V3 - Semente 1	29,53	10	2.423.104	95,26
8	HCBA-V3 - Semente 2	33,28	11	2.426.860	95,40
8	HCBA-V3 - Semente 3	42,86	9	2.465.424	96,92
8	HCBA-V3 - Semente 4	51,50	9	2.452.170	96,40
8	HCBA-V3 - Semente 5	51,15	9	2.480.493	97,51
9	<i>ε-Constraint</i>	289,90	10	6.098.352	100,00
9	NSGA-II - Semente 1	2.311,65	11	5.506.829	90,30
9	NSGA-II - Semente 2	2.226,07	11	5.744.790	94,20

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
9	NSGA-II - Semente 3	2.283,09	12	5.590.643	91,67
9	NSGA-II - Semente 4	2.243,48	11	5.627.277	92,28
9	NSGA-II - Semente 5	2.295,45	10	5.499.795	90,18
9	HCBA-V1 - Semente 1	120,53	12	5.818.668	95,41
9	HCBA-V1 - Semente 2	85,70	12	5.815.557	95,36
9	HCBA-V1 - Semente 3	85,25	12	5.779.979	94,78
9	HCBA-V1 - Semente 4	72,05	13	5.775.753	94,71
9	HCBA-V1 - Semente 5	75,62	12	5.737.160	94,08
9	HCBA-V2 - Semente 1	63,99	12	5.731.696	93,99
9	HCBA-V2 - Semente 2	79,80	13	5.740.251	94,13
9	HCBA-V2 - Semente 3	112,94	12	5.779.615	94,77
9	HCBA-V2 - Semente 4	81,71	11	5.779.601	94,77
9	HCBA-V2 - Semente 5	66,75	12	5.693.964	93,37
9	HCBA-V3 - Semente 1	52,04	12	5.757.330	94,41
9	HCBA-V3 - Semente 2	56,53	12	5.751.744	94,32
9	HCBA-V3 - Semente 3	53,31	13	5.751.017	94,30
9	HCBA-V3 - Semente 4	76,93	12	5.809.685	95,27
9	HCBA-V3 - Semente 5	35,86	12	5.709.846	93,63
10	<i>ε-Constraint</i>	5.278,88	9	12.790.250	100,00
10	NSGA-II - Semente 1	3.943,45	12	11.968.018	93,57
10	NSGA-II - Semente 2	4.000,59	9	11.662.459	91,18
10	NSGA-II - Semente 3	3.895,55	11	11.954.323	93,46
10	NSGA-II - Semente 4	3.925,07	11	11.969.359	93,58
10	NSGA-II - Semente 5	3.987,87	10	12.009.036	93,89
10	HCBA-V1 - Semente 1	137,58	11	12.204.715	95,42
10	HCBA-V1 - Semente 2	183,83	12	12.344.939	96,52
10	HCBA-V1 - Semente 3	138,78	10	12.287.873	96,07
10	HCBA-V1 - Semente 4	203,67	12	12.353.259	96,58
10	HCBA-V1 - Semente 5	140,17	11	12.249.339	95,77
10	HCBA-V2 - Semente 1	118,88	11	12.216.359	95,51
10	HCBA-V2 - Semente 2	329,26	11	12.423.103	97,13
10	HCBA-V2 - Semente 3	119,89	11	12.193.088	95,33
10	HCBA-V2 - Semente 4	141,06	10	12.386.937	96,85
10	HCBA-V2 - Semente 5	147,27	11	12.286.197	96,06
10	HCBA-V3 - Semente 1	114,90	11	12.271.749	95,95
10	HCBA-V3 - Semente 2	87,18	11	12.142.392	94,93
10	HCBA-V3 - Semente 3	115,63	11	12.401.154	96,96
10	HCBA-V3 - Semente 4	92,43	13	12.215.811	95,51
10	HCBA-V3 - Semente 5	121,96	11	12.321.837	96,34
11	<i>ε-Constraint</i>	14.792,90	9	24.415.026	100,00
11	NSGA-II - Semente 1	7.476,15	11	22.920.922	93,88
11	NSGA-II - Semente 2	7.615,20	9	22.728.447	93,09
11	NSGA-II - Semente 3	7.708,45	10	22.702.340	92,99
11	NSGA-II - Semente 4	8.224,77	11	22.643.746	92,75
11	NSGA-II - Semente 5	8.075,69	11	22.876.825	93,70
11	HCBA-V1 - Semente 1	270,16	12	23.410.164	95,88
11	HCBA-V1 - Semente 2	311,84	11	23.581.657	96,59

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
11	HCBA-V1 - Semente 3	225,92	12	23.203.090	95,04
11	HCBA-V1 - Semente 4	307,39	11	23.558.711	96,49
11	HCBA-V1 - Semente 5	404,11	12	23.656.844	96,89
11	HCBA-V2 - Semente 1	223,76	12	23.430.112	95,97
11	HCBA-V2 - Semente 2	196,38	13	23.495.720	96,23
11	HCBA-V2 - Semente 3	206,89	11	23.301.721	95,44
11	HCBA-V2 - Semente 4	266,81	12	23.592.341	96,63
11	HCBA-V2 - Semente 5	266,92	12	23.446.595	96,03
11	HCBA-V3 - Semente 1	197,58	12	23.628.109	96,78
11	HCBA-V3 - Semente 2	101,90	11	23.256.337	95,25
11	HCBA-V3 - Semente 3	146,27	11	23.354.035	95,65
11	HCBA-V3 - Semente 4	150,03	12	23.474.643	96,15
11	HCBA-V3 - Semente 5	152,14	11	23.258.078	95,26
12	<i>ε-Constraint</i>	42.084,56	18	25.025.992	100,00
12	NSGA-II - Semente 1	11.180,79	19	23.577.539	94,21
12	NSGA-II - Semente 2	11.097,47	19	23.261.436	92,95
12	NSGA-II - Semente 3	11.217,81	17	23.337.692	93,25
12	NSGA-II - Semente 4	11.092,19	17	23.288.488	93,06
12	NSGA-II - Semente 5	11.123,58	19	23.360.005	93,34
12	HCBA-V1 - Semente 1	308,30	20	23.755.817	94,92
12	HCBA-V1 - Semente 2	384,16	22	23.751.343	94,91
12	HCBA-V1 - Semente 3	386,86	20	23.746.188	94,89
12	HCBA-V1 - Semente 4	483,42	19	23.803.728	95,12
12	HCBA-V1 - Semente 5	385,52	21	23.749.449	94,90
12	HCBA-V2 - Semente 1	258,03	19	23.856.498	95,33
12	HCBA-V2 - Semente 2	357,58	18	23.967.391	95,77
12	HCBA-V2 - Semente 3	177,79	21	23.761.359	94,95
12	HCBA-V2 - Semente 4	218,07	20	23.781.888	95,03
12	HCBA-V2 - Semente 5	266,95	20	23.820.475	95,18
12	HCBA-V3 - Semente 1	134,52	19	23.690.129	94,66
12	HCBA-V3 - Semente 2	136,82	22	23.599.251	94,30
12	HCBA-V3 - Semente 3	214,84	19	23.814.069	95,16
12	HCBA-V3 - Semente 4	138,11	19	23.718.970	94,78
12	HCBA-V3 - Semente 5	214,51	21	23.766.235	94,97
13	<i>ε-Constraint</i>	50.403,49	18	48.459.330	100,00
13	NSGA-II - Semente 1	22.159,56	16	44.452.185	91,73
13	NSGA-II - Semente 2	22.056,76	20	44.957.457	92,77
13	NSGA-II - Semente 3	21.955,15	18	44.299.101	91,42
13	NSGA-II - Semente 4	22.087,13	21	43.695.478	90,17
13	NSGA-II - Semente 5	22.182,80	19	44.184.813	91,18
13	HCBA-V1 - Semente 1	803,45	22	45.286.768	93,45
13	HCBA-V1 - Semente 2	970,20	21	45.569.470	94,04
13	HCBA-V1 - Semente 3	966,03	21	45.237.242	93,35
13	HCBA-V1 - Semente 4	1.449,33	22	45.453.185	93,80
13	HCBA-V1 - Semente 5	973,45	23	45.348.542	93,58
13	HCBA-V2 - Semente 1	471,02	23	45.394.539	93,68
13	HCBA-V2 - Semente 2	485,39	23	44.985.692	92,83

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
13	HCBA-V2 - Semente 3	398,93	21	45.176.597	93,23
13	HCBA-V2 - Semente 4	398,07	21	45.469.039	93,83
13	HCBA-V2 - Semente 5	415,18	21	45.444.420	93,78
13	HCBA-V3 - Semente 1	604,71	20	45.860.146	94,64
13	HCBA-V3 - Semente 2	362,50	21	45.382.077	93,65
13	HCBA-V3 - Semente 3	245,48	20	44.960.510	92,78
13	HCBA-V3 - Semente 4	487,65	22	45.518.934	93,93
13	HCBA-V3 - Semente 5	369,02	19	45.499.159	93,89
14	<i>ε-Constraint</i>	74.969,15	7	225.276.599	100,00
14	NSGA-II - Semente 1	180.000,00	-	-	-
14	NSGA-II - Semente 2	180.000,00	-	-	-
14	NSGA-II - Semente 3	180.000,00	-	-	-
14	NSGA-II - Semente 4	180.000,00	-	-	-
14	NSGA-II - Semente 5	180.000,00	-	-	-
14	HCBA-V1 - Semente 1	7.565,64	22	222.733.508	98,87
14	HCBA-V1 - Semente 2	7.568,11	22	223.521.710	99,22
14	HCBA-V1 - Semente 3	8.066,25	22	223.444.103	99,19
14	HCBA-V1 - Semente 4	6.653,77	20	224.038.470	99,45
14	HCBA-V1 - Semente 5	5.303,86	22	221.363.550	98,26
14	HCBA-V2 - Semente 1	2.101,92	22	222.713.354	98,86
14	HCBA-V2 - Semente 2	2.919,66	23	225.206.782	99,97
14	HCBA-V2 - Semente 3	2.155,74	22	224.267.552	99,55
14	HCBA-V2 - Semente 4	2.161,72	22	221.947.244	98,52
14	HCBA-V2 - Semente 5	2.204,16	20	223.502.621	99,21
14	HCBA-V3 - Semente 1	1.160,89	21	221.355.136	98,26
14	HCBA-V3 - Semente 2	1.187,70	24	222.071.041	98,58
14	HCBA-V3 - Semente 3	1.168,76	22	222.174.320	98,62
14	HCBA-V3 - Semente 4	1.963,68	19	223.384.466	99,16
14	HCBA-V3 - Semente 5	1.160,57	22	222.148.393	98,61
15	<i>ε-Constraint</i>	114.218,72	2	316.787.296	69,51
15	NSGA-II - Semente 1	180.000,00	-	-	-
15	NSGA-II - Semente 2	180.000,00	-	-	-
15	NSGA-II - Semente 3	180.000,00	-	-	-
15	NSGA-II - Semente 4	180.000,00	-	-	-
15	NSGA-II - Semente 5	180.000,00	-	-	-
15	HCBA-V1 - Semente 1	22.011,70	20	452.676.894	99,33
15	HCBA-V1 - Semente 2	22.589,64	21	452.444.064	99,28
15	HCBA-V1 - Semente 3	24.469,74	23	453.083.123	99,42
15	HCBA-V1 - Semente 4	25.060,36	22	451.636.198	99,10
15	HCBA-V1 - Semente 5	29.218,37	23	451.979.498	99,18
15	HCBA-V2 - Semente 1	5.829,37	24	454.762.780	99,79
15	HCBA-V2 - Semente 2	4.435,16	19	455.728.336	100,00
15	HCBA-V2 - Semente 3	6.672,20	20	455.302.175	99,91
15	HCBA-V2 - Semente 4	3.744,48	21	451.152.523	99,00
15	HCBA-V2 - Semente 5	4.434,29	20	454.808.914	99,80
15	HCBA-V3 - Semente 1	896,53	19	442.826.648	97,17
15	HCBA-V3 - Semente 2	1.216,11	21	446.325.052	97,94

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
15	HCBA-V3 - Semente 3	906,87	22	443.523.820	97,32
15	HCBA-V3 - Semente 4	1.520,64	22	445.768.874	97,81
15	HCBA-V3 - Semente 5	1.227,60	22	444.863.477	97,62
16	<i>ε-Constraint</i>	124.192,56	35	94.835.608	100,00
16	NSGA-II - Semente 1	72.856,91	29	85.144.442	89,78
16	NSGA-II - Semente 2	73.447,39	31	85.005.532	89,63
16	NSGA-II - Semente 3	73.968,77	36	84.757.676	89,37
16	NSGA-II - Semente 4	73.568,90	33	84.825.181	89,44
16	NSGA-II - Semente 5	73.259,67	33	85.004.364	89,63
16	HCBA-V1 - Semente 1	3.670,16	36	86.989.029	91,73
16	HCBA-V1 - Semente 2	3.060,82	35	86.536.866	91,25
16	HCBA-V1 - Semente 3	3.648,05	37	86.338.113	91,04
16	HCBA-V1 - Semente 4	3.065,62	38	86.439.729	91,15
16	HCBA-V1 - Semente 5	3.064,98	36	86.241.136	90,94
16	HCBA-V2 - Semente 1	1.000,73	38	86.591.556	91,31
16	HCBA-V2 - Semente 2	861,94	40	86.111.035	90,80
16	HCBA-V2 - Semente 3	1.186,82	34	87.054.209	91,79
16	HCBA-V2 - Semente 4	818,65	37	86.531.347	91,24
16	HCBA-V2 - Semente 5	819,31	41	86.110.682	90,80
16	HCBA-V3 - Semente 1	920,23	35	86.358.945	91,06
16	HCBA-V3 - Semente 2	949,57	40	86.313.332	91,01
16	HCBA-V3 - Semente 3	1.252,85	39	86.451.174	91,16
16	HCBA-V3 - Semente 4	935,09	34	86.714.068	91,44
16	HCBA-V3 - Semente 5	943,50	36	86.712.946	91,44
17	<i>ε-Constraint</i>	235.649,61	1	284.429.346	66,11
17	NSGA-II - Semente 1	360.000,00	-	-	-
17	NSGA-II - Semente 2	360.000,00	-	-	-
17	NSGA-II - Semente 3	360.000,00	-	-	-
17	NSGA-II - Semente 4	360.000,00	-	-	-
17	NSGA-II - Semente 5	360.000,00	-	-	-
17	HCBA-V1 - Semente 1	23.631,44	41	428.783.177	99,66
17	HCBA-V1 - Semente 2	28.483,10	45	429.716.941	99,88
17	HCBA-V1 - Semente 3	35.917,38	38	429.863.410	99,92
17	HCBA-V1 - Semente 4	31.707,20	42	429.175.563	99,76
17	HCBA-V1 - Semente 5	30.900,16	37	430.226.019	100,00
17	HCBA-V2 - Semente 1	5.152,68	39	429.656.364	99,87
17	HCBA-V2 - Semente 2	4.286,82	40	430.053.524	99,96
17	HCBA-V2 - Semente 3	3.403,81	37	426.371.146	99,10
17	HCBA-V2 - Semente 4	4.327,76	42	427.882.373	99,46
17	HCBA-V2 - Semente 5	4.320,74	40	428.544.014	99,61
17	HCBA-V3 - Semente 1	4.132,66	39	429.892.782	99,92
17	HCBA-V3 - Semente 2	4.124,51	40	429.138.772	99,75
17	HCBA-V3 - Semente 3	4.073,89	39	429.783.675	99,90
17	HCBA-V3 - Semente 4	4.158,90	38	429.082.758	99,73
17	HCBA-V3 - Semente 5	4.085,88	40	429.857.577	99,91
18	<i>ε-Constraint</i>	283.739,67	1	429.362.836	48,61
18	NSGA-II - Semente 1	360.000,00	-	-	-

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
18	NSGA-II - Semente 2	360.000,00	-	-	-
18	NSGA-II - Semente 3	360.000,00	-	-	-
18	NSGA-II - Semente 4	360.000,00	-	-	-
18	NSGA-II - Semente 5	360.000,00	-	-	-
18	HCBA-V1 - Semente 1	81.403,29	40	880.962.328	99,73
18	HCBA-V1 - Semente 2	68.798,83	38	877.002.189	99,28
18	HCBA-V1 - Semente 3	107.137,40	35	883.350.494	100,00
18	HCBA-V1 - Semente 4	113.704,38	41	881.016.805	99,74
18	HCBA-V1 - Semente 5	81.240,48	41	880.195.914	99,64
18	HCBA-V2 - Semente 1	12.069,33	38	875.734.063	99,14
18	HCBA-V2 - Semente 2	12.165,72	38	876.466.498	99,22
18	HCBA-V2 - Semente 3	12.244,40	37	879.808.400	99,60
18	HCBA-V2 - Semente 4	14.580,49	42	881.598.331	99,80
18	HCBA-V2 - Semente 5	9.649,61	37	877.455.196	99,33
18	HCBA-V3 - Semente 1	11.435,71	35	880.486.392	99,68
18	HCBA-V3 - Semente 2	8.671,68	37	876.700.087	99,25
18	HCBA-V3 - Semente 3	8.636,35	35	877.452.194	99,33
18	HCBA-V3 - Semente 4	8.638,27	38	873.188.115	98,85
18	HCBA-V3 - Semente 5	11.537,05	36	878.266.045	99,42
19	<i>ε-Constraint</i>	263.615,60	1	542.353.056	61,81
19	NSGA-II - Semente 1	360.000,00	-	-	-
19	NSGA-II - Semente 2	360.000,00	-	-	-
19	NSGA-II - Semente 3	360.000,00	-	-	-
19	NSGA-II - Semente 4	360.000,00	-	-	-
19	NSGA-II - Semente 5	360.000,00	-	-	-
19	HCBA-V1 - Semente 1	69.285,20	37	876.577.010	99,90
19	HCBA-V1 - Semente 2	68.916,59	39	877.412.221	100,00
19	HCBA-V1 - Semente 3	72.721,96	37	876.820.347	99,93
19	HCBA-V1 - Semente 4	76.570,95	41	874.720.145	99,69
19	HCBA-V1 - Semente 5	75.168,87	39	875.904.307	99,83
19	HCBA-V2 - Semente 1	14.378,04	40	873.463.989	99,55
19	HCBA-V2 - Semente 2	11.567,77	42	869.801.715	99,13
19	HCBA-V2 - Semente 3	11.670,38	41	873.289.003	99,53
19	HCBA-V2 - Semente 4	14.466,96	35	872.776.340	99,47
19	HCBA-V2 - Semente 5	14.283,93	45	872.299.040	99,42
19	HCBA-V3 - Semente 1	12.782,52	39	870.380.548	99,20
19	HCBA-V3 - Semente 2	10.142,60	44	870.408.793	99,20
19	HCBA-V3 - Semente 3	12.861,32	39	871.988.367	99,38
19	HCBA-V3 - Semente 4	15.241,91	41	872.699.525	99,46
19	HCBA-V3 - Semente 5	15.400,43	39	873.612.594	99,57
20	<i>ε-Constraint</i>	246.087,62	1	429.362.836	49,10
20	NSGA-II - Semente 1	360.000,00	-	-	-
20	NSGA-II - Semente 2	360.000,00	-	-	-
20	NSGA-II - Semente 3	360.000,00	-	-	-
20	NSGA-II - Semente 4	360.000,00	-	-	-
20	NSGA-II - Semente 5	360.000,00	-	-	-
20	HCBA-V1 - Semente 1	67.445,30	38	874.549.428	100,00

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>SND</b>	<b>HV</b>	<b>HV(%)</b>
20	HCBA-V1 - <i>Semente 2</i>	80.976,56	38	874.171.325	99,96
20	HCBA-V1 - <i>Semente 3</i>	71.125,00	42	873.961.317	99,93
20	HCBA-V1 - <i>Semente 4</i>	74.432,15	42	873.280.946	99,85
20	HCBA-V1 - <i>Semente 5</i>	75.126,56	45	873.649.051	99,90
20	HCBA-V2 - <i>Semente 1</i>	10.409,60	44	871.715.326	99,68
20	HCBA-V2 - <i>Semente 2</i>	10.713,06	43	868.714.719	99,33
20	HCBA-V2 - <i>Semente 3</i>	10.312,43	43	870.857.908	99,58
20	HCBA-V2 - <i>Semente 4</i>	10.227,83	40	869.475.922	99,42
20	HCBA-V2 - <i>Semente 5</i>	6.731,09	42	868.076.874	99,26
20	HCBA-V3 - <i>Semente 1</i>	6.236,26	43	865.287.274	98,94
20	HCBA-V3 - <i>Semente 2</i>	6.214,93	38	869.356.549	99,41
20	HCBA-V3 - <i>Semente 3</i>	9.149,27	40	870.729.197	99,56
20	HCBA-V3 - <i>Semente 4</i>	6.121,68	38	866.720.846	99,10
20	HCBA-V3 - <i>Semente 5</i>	9.195,09	42	869.759.606	99,45